জ্যামিতিৰ দৃষ্টিৰে বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ

প্ৰাচুৰ্য প্ৰাণ হাজৰিকা

গৱেষক ছাত্ৰ, পদাৰ্থ-বিজ্ঞান বিভাগ, ভাৰতীয় বিজ্ঞান শিক্ষা আৰু গৱেষণা প্ৰতিষ্ঠান (IISER), পুনে

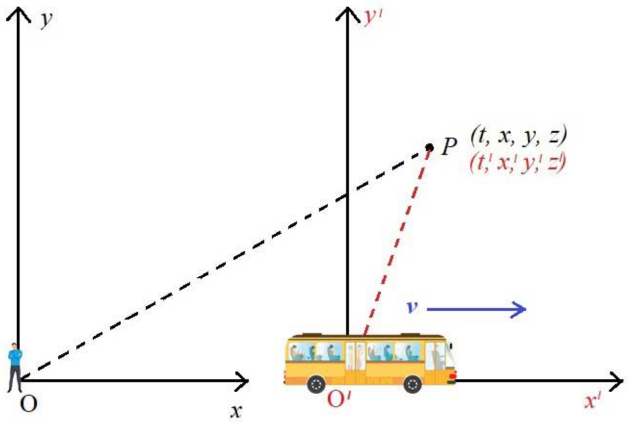
E-mail: prachurjyahazarika@gmail.com

বিংশ শতিকাৰ যুগান্তকাৰী তত্ত্ব — আইনষ্টাইনৰ আপেক্ষিকতাবাদ সাধাৰণ জনতাৰ মাজত জনপ্ৰিয় হোৱা এটা অন্যতম তত্ত্ব। বিজ্ঞানৰ লগত একেবাৰেই জড়িত নোহোৱা ব্যক্তিসকলেও আপেক্ষিকতাবাদনো কি সেয়া জানিবলৈ অতি আগ্ৰহ কৰে। আপেক্ষিকতাবাদৰ আটাইতকৈ মনোগ্ৰাহী বিষয়সমূহ হ'ল ইয়াৰ অদ্ভুত যেন লগা, অথচ সঁচা সিদ্ধান্ত আৰু অনুমানবোৰ। অৱশ্যে জানিবলৈ অতি আগ্ৰহী হৈও গণিতত দুৰ্বল হোৱাৰ বাবে অধিকাংশই আপেক্ষিকতাবাদৰ প্ৰকৃত সোৱাদ পোৱাৰ পৰা বঞ্চিত হ'বলগীয়া হয়। সাধাৰণতে স্নাতক পৰ্যায়ৰ শিক্ষাত, আইনষ্টাইনে ১৯০৫ চনত প্ৰকাশ কৰা "বিশেষ" আপেক্ষিকতাবাদ (special relativity) তত্ত্বক বীজগণিতৰ সহায়ত ব্যাখ্যা কৰা হয়, আৰু এই প্ৰক্ৰিয়াটো অতি বিমূৰ্ত হোৱাৰ বাবে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ বাবে বাস্তৱ পৰিঘটনাবোৰ কল্পনা কৰাত অসুবিধা হয়। স্নাতকোত্তৰ পৰ্যায়ত "সাধাৰণ" আপেক্ষিকতাবাদ (general relativity) তত্ত্ব পঢ়োতে গণিতখিনি আৰু বিমূৰ্ত হৈ পৰে। তুলনামূলকভাৱে সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদতকৈ বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ অতি সৰল। সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদৰ ব্যাখ্যাৰ বাবে উচ্চ পৰ্যায়ৰ জ্যামিতিৰ সহায় লোৱা হৈছিল, আৰু এই জ্যামিতি অতিকৈ জটিল। পিছে বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদৰ কথা কিছুমান সাধাৰণ মানুহক সৰলকৈ বুজাবলৈ জ্যামিতিৰ পদ্ধতিটো উপযুক্ত বুলি ভাবোঁ। এই লেখাটোৰ জৰিয়তে, যিমান পাৰি কম গাণিতিক সমীকৰণ আৰু যিমান পাৰি সৰলকৈ জ্যামিতিক চিত্ৰৰ সহায়ত বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদক অলপ বিস্তাৰিতভাৱে বুজাবলৈ চেষ্টা কৰা হৈছে। অৱশ্যে কিছুমান কথা ভালকৈ বুজিবলৈ স্থানাংক জ্যামিতিৰ থুলমুলীয়া জ্ঞানৰ প্ৰয়োজন হ'ব। বীজগণিতৰ পদ্ধতিৰে ইতিমধ্যে বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ পঢ়াসকলেও এটা নতুন দৃষ্টিভংগীৰে কথাখিনি বুজিব পাৰিব।

আপেক্ষিকতাবাদৰ ইতিহাস : গেলিলিও আৰু নিউটনৰ আপেক্ষিকতাবাদ

আপেক্ষিকতাবাদৰ নীতিৰ ধাৰণাটো নতুন নহয়। ধৰাহওক আপুনি এঠাইত বৈ আছে, আৰু আপোনাৰ বন্ধু এজন বাছ এখনেৰে গৈ আছে। যিকোনো এটা পৰিঘটনা আপোনাৰ আৰু আপোনাৰ বন্ধুজনৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা একেই হ'ব নে বেলেগ হ'ব? অৰ্থাৎ, পৰিঘটনাটো পৰ্যৱেক্ষকৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে নে নকৰে? আপেক্ষিকতাবাদৰ আলোচনাবোৰ এনেদৰেই আৰম্ভ হয়। এই নীতিটোৰ উৎস গেলিলিওৰ অনুমানবোৰৰ পৰা উৎপত্তি বুলিও ক'ব পাৰি। **গেলিলিওৰ এক অনুমান মতে, কোনো এটা বস্তুৰে কোনো বাহিৰা বল/কাৰকৰ প্ৰভাৱ অবিহনে এক সৰল ৰৈখিক বাটেৰে সুষম ভাৱে গতি কৰি থাকে।** এই অনুমানটো নিউটনৰ গতিসূত্ৰত সম্পূৰ্ণভাৱে নিহিত হৈ আছে। নিউটনৰ গতিসূত্ৰবোৰ ত্বৰণৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল। সেয়েহে, সমীকৰণবোৰত থকা বেগবোৰত এটা ধ্ৰুৱ পৰিমাণ যোগ বা বিয়োগ কৰিলেও বলৰ সমীকৰণবোৰ একেই থাকে। এই বৈশিষ্ট্যটোৰ বাবেই নিউটনৰ সমীকৰণবোৰে

ব্যাখ্যা কৰা ঘটনাবোৰ বিভিন্ন বেগেৰে সুষমভাৱে গতি কৰি থকা পৰ্যৱেক্ষকৰ বাবে একেই, আৰু সেয়েহে প্ৰতিজন পৰ্যৱেক্ষকে কৰা জোখ-মাখ কিছুমানৰ (যেনে সময় আৰু দৈৰ্ঘ্যৰ) ফলাফল একেই। প্ৰতিজন সুষমভাৱে গতি কৰি থকা পৰ্যৱেক্ষকে নিজৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা নিজকে স্থিৰ হৈ থকা দেখে, আৰু আপেক্ষিকভাৱে তেওঁৰ বাহিৰে আন আটাইবোৰ পৰ্যৱেক্ষকক গতি কৰি থকা বুলি ক'ব পাৰে। তেওঁৰ লগতেই সমান বেগেৰে, একে দিশত গতি কৰি থকা আনবোৰ বস্তু বা পৰ্যৱেক্ষকক তেওঁ স্থিৰ হৈ থকা বুলি ক'ব পাৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, কোনো থেকেচা নোখোৱাকৈ সুষম গতিৰে গতি কৰি থকা ৰেল এখনৰ মাজত বন্ধ কোঠা এটাত সোমাই থকা পৰ্যৱেক্ষক এজনে বাহিৰলৈ চাব নোৱাৰিলে নিজকে স্থিৰ হৈ থকা বুলিয়েই ক'ব। আনহাতে, কোনো এজন পৰ্যৱেক্ষকে ত্বৰিত গতিৰে যাত্ৰা কৰিলে তেওঁ ত্বৰণৰ বিপৰীত দিশত এটা ছদ্ম-বল (pseudo-force) অনুভৱ কৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, বেগ বাঢ়ি যোৱা অৱস্থাত বাছ-যাত্ৰী এজনে পিছলৈ ঠেলি দিয়া যেন অনুভৱ কৰা বলটো। অৱশ্যে এই প্ৰবন্ধটোত ত্বৰণৰ কথা আলোচনা কৰা নহ'ব। বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ আলোচনা কৰিবলৈ হ'লে আমি কেৱল সুষম গতিৰে গৈ থকা পৰ্যৱেক্ষকৰ কথাহে আলোচনা কৰিম। **(এই বিশেষ চৰ্তটোৰ বাবেই তত্ত্বটোৰ নাম "বিশেষ" আপেক্ষিকতাবাদ।)** ত্বৰণৰ কথাখিনি যোগ দিয়াৰ প্ৰচেষ্টাতেই বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদক ১৯১৫ চনত সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদলৈ প্ৰসাৰিত কৰা হয়, আৰু এই তত্ত্বই আইজাক নিউটনে আগবঢ়োৱা ২০০ বছৰ পুৰণি মহাকৰ্ষণৰ তত্ত্বক ওফৰাই কুৰি শতিকাত তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞান আৰু জ্যোতিৰ্বিজ্ঞানৰ ৰেহৰূপ সম্পূৰ্ণৰূপে সলনি কৰি দিছিল।



চিত্ৰ ১ - আপোনাৰ আৰু আপোনাৰ বন্ধুজনৰ জড়-গাঁঠনি দুটা

আলোচনা কৰিবলৈ সুবিধা হ'বলৈ সুষম গতিবেগৰ প্ৰতিজন পৰ্যৱেক্ষকৰ লগত আমি এক স্থানাংক-জ্যামিতিৰ গঠন বা ফ্ৰেম সংলগ্ন কৰিম আৰু ইয়াক জড়-গাঁঠনি (inertial frame) বুলি ক'ম। প্ৰতিটো জড়-গাঁঠনিৰে নিজা এক জোখ-মাখ কৰিব পৰাকৈ স্থানাংক-জ্যামিতিৰ একক থাকে। উদাহৰণস্বৰূপে, O আৰু O' এনে দুটা জড়-গাঁঠনি। এজন পৰ্যবেক্ষক O প্ৰণালীৰ উৎস (origin)ত, আৰু আনজন O' প্ৰণালীৰ উৎসত থাকে। দুয়োজনে কোনো এটা বিন্দুৰ সময় আৰু স্থানাংক জোখ-মাখ কৰিবলৈ ক্ৰমে (t, x, y, z) আৰু (t', x', y', z') এই দুইধৰণৰ প্ৰণালী (coordinate) ব্যৱহাৰ কৰে। ইয়াত t হৈছে সময়ৰ চলক (variable), আৰু x, y, z — এইকেইটা হৈছে ত্ৰিবিমীয় (three dimensional) স্থানৰ জোখ-মাখৰ চলক। ব্যাখ্যাখিনি সৰল কৰিবলৈ আমি ধৰি ল'ম যে দুয়োজনে একেটা মুহূৰ্ততেই সময় গণনা কৰিবলৈ লৈছিল, আৰু সেই সময়ত দুয়োজন একে স্থানতেই আছিল (অৰ্থাৎ, $t = 0$ হওঁতে $t' = 0$; আৰু O আৰু O' একেটা বিন্দু)। তদুপৰি দুয়োটা জড়-গাঁঠনিৰ স্থানাংক অক্ষবোৰ সমান্তৰাল। O' গাঁঠনিটো O ৰ পৰা x দিশত v বেগেৰে গতি কৰি আছে। আপুনি নিজকে O ৰ উৎসত ৰৈ থকা বুলি কল্পনা কৰিব পাৰে। আৰু আপোনাৰ বন্ধুজনক O' ৰ উৎসত ৰৈ, অৰ্থাৎ বাছখনত উঠি আপোনাৰ পৰা v বেগেৰে x দিশত আঁতৰি যোৱা বুলি কল্পনা কৰিব পাৰে। এতিয়া আমি আপোনাৰ আৰু বন্ধুজনৰ জোখ-মাখবোৰ কিদৰে সলনি হ'ব সেয়া আলোচনা কৰিব পাৰিম।

গেলিলিও আৰু নিউটনৰ আপেক্ষিকতাবাদৰ মতে আপোনাৰ স্থানাংকৰ জোখ-মাখখিনি আৰু আপোনাৰ বন্ধুজনৰ জোখ-মাখখিনিৰ মাজৰ সম্পৰ্কটো তলত দিয়া দৰে। (মন কৰক, ইয়াত সময়ৰ হিচাপটো দুয়োজনৰ বাবে একেই।) এই সমীকৰণকেইটাক গেলিলিওৰ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণ (Galilean transformation equations) বুলি কোৱা হয়।

$$x' = x - vt \qquad x = x' + vt'$$
$$y' = y \qquad y = y'$$
$$z' = z \qquad z = z'$$
$$t' = t \qquad t = t'$$

প্ৰাইম অথবা ডেছ্ চিহ্নযুক্ত প্ৰতিটো চলকেই আপোনাৰ বন্ধুজনৰ; আৰু প্ৰাইম নথকা চলককেইটা আপোনাৰ। v এটা ধ্ৰুৱ সংখ্যা। বাওঁফালৰ সমীকৰণবোৰত আপোনাৰ জোখ-মাখখিনিক আপোনাৰ বন্ধুজনে কিদৰে জুখিব সেয়া দিয়া আছে, আৰু সোঁফালৰ সমীকৰণবোৰত আপোনাৰ বন্ধুৰ জোখ-মাখখিনি আপুনি কিদৰে জুখিব সেয়া দিয়া আছে। অৰ্থাৎ, এই সমীকৰণকেইটাই আপোনালোক দুজনৰ দৃষ্টিভংগীৰ সালসলনি ঘটাইছে। এতিয়া ধৰাহ'ল বাছখনৰ মাজত আপোনাৰ বন্ধুজনে বল এটা তেওঁৰ

সন্মুখৰ ফালে u' বেগেৰে দলিয়াই পঠিয়াইছে। অৰ্থাৎ, বলটো আপোনাৰ বন্ধুৰ পৰা u' বেগেৰে আঁতৰি গৈছে। এতিয়া, গেলিলিওৰ আপেক্ষিকতাবাদৰ ধাৰণামতে, সেই বলটো আপোনাৰ পৰা $u' + v$ বেগেৰে আঁতৰি যাব। কিয়নো, গেলিলিওৰ স্থানাংক পৰিৱৰ্তন সমীকৰণকেইটাৰ পৰা অতি সহজেই বেগৰ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণটো আহৰণ কৰিব পাৰি। (কলন গণিতৰ সাধাৰণ ব্যৱহাৰ। যিসকলে কলন গণিত নাজানে, তেওঁলোকে উচ্চতৰ মাধ্যমিকৰ পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ প্ৰথম বৰ্ষৰ গতিসূত্ৰৰ পাঠটোৰ প্ৰথম অংশ পঢ়িলেই বুজি পাব।)

$$u = u' + v$$

অতি সহজ! নহয় জানো? নিউটনৰ গতিৰ সমীকৰণ কেইটায়ো সেয়াই কয়। এতিয়া এটা আকৰ্ষণীয় কথালৈ আহোঁ। যদি আপোনাৰ বন্ধুৱে তেওঁৰ সন্মুখৰ ফালে টৰ্চলাইট এটাৰে পোহৰ মাৰি পঠিয়ায়, পোহৰখিনি তেওঁৰ পৰা c বেগেৰে আঁতৰি যাব। পিছে সেই পোহৰখিনি আপোনাৰ পৰা কিমান বেগেৰে আঁতৰি যাব? গেলিলিও আৰু নিউটনৰ সমীকৰণবোৰৰ পৰা পোৱা সিদ্ধান্তৰ মতে এই বেগটো $c + v$ হ'ব লাগে নহয় জানো? আপোনাৰ বন্ধুজন বাছৰ সলনি পোহৰৰ সমান বেগী মহাকাশযান এখনেৰে গৈ থকা হ'লে তেওঁৰ টৰ্চলাইটৰ পৰা ওলোৱা পোহৰখিনিৰ বেগ আপুনি $c + c$ অৰ্থাৎ, ২c বুলি হিচাপ কৰিব নেকি? **এই প্ৰশ্নটোৱেই গেলিলিও আৰু নিউটনৰ আপেক্ষিকতাবাদৰ প্ৰতি কাল হৈ পৰিল।** কাৰণ ইতিমধ্যে মেক্সৱেলৰ বিদ্যুৎচুম্বকীয় তত্ত্বৰ মতে পোহৰৰ বেগ সদায় ধ্ৰুৱ বুলি জনা গৈছে; আপুনি কোনটো জড়-গাঁঠনিৰ পৰা হিচাপ কৰিছে তাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি আপোনাৰ এই হিচাপটো সালসলনি নহয়। এই কথাষাৰ ১৮৮৭ চনৰ সেই বিখ্যাত "মাইকেলচন-মৰ্লি" (Michelson-Morley)ৰ পৰীক্ষাটোত প্ৰথমবাৰৰ বাবে প্ৰমাণিত হৈছিল। সেই তেতিয়াৰ পৰা এতিয়ালৈকে পদাৰ্থবিজ্ঞান জগতত সম্পন্ন কৰা প্ৰতিটো পৰীক্ষাই পোহৰৰ গতিবেগক ধ্ৰুৱ বুলিয়েই প্ৰমাণ কৰি আহিছে। এই ধ্ৰুৱ বেগৰ মান হৈছে প্ৰতি ছেকেণ্ডত ২৯,৯৭,৯২,৪৫৮ মিটাৰ, অৰ্থাৎ প্ৰায় ৩ লাখ কিলোমিটাৰ। গতিকে নিউটন আৰু গেলিলিওৰ আপেক্ষিকতাবাদৰ ধাৰণাটো নিঃসন্দেহে ভুল! এই সত্যটোৰ পৰাই আইনষ্টাইনৰ আপেক্ষিকতাবাদ তত্ত্বৰ আৰম্ভণি হয়।

লৰেঞ্জৰ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণ আৰু আইনষ্টাইনৰ আপেক্ষিকতাবাদ:

পোহৰৰ গতিবেগ ধ্ৰুৱ হোৱা পৰিঘটনাটোৰ বাবে আইনষ্টাইনে অনুভৱ কৰিছিল যে নিউটন আৰু গেলিলিওৰ বেগ-পৰিৱৰ্তন সূত্ৰকেইটা আৰু স্থানাংক পৰিৱৰ্তনৰ সূত্ৰকেইটা ভুল। সেইটো সমস্যা দূৰ কৰিবলৈ আইনষ্টাইনে এক নতুন পৰিৱৰ্তন সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰে, আৰু এইকেইটাই বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদৰ মূল সমীকৰণ। অৱশ্যে হেন্দ্ৰিক লৰেঞ্জ (Hendrik Lorentz) নামৰ এজন পদাৰ্থবিদে মেক্সৱেলৰ তত্ত্বত পোহৰৰ ধ্ৰুৱ বেগ ব্যাখ্যা কৰিবলৈ আগতীয়াকৈ এইকেইটা সূত্ৰ সৃষ্টি কৰিছিল, কিন্তু সূত্ৰকেইটাৰ বাস্তৱ ব্যাখ্যা দিব পৰা নাছিল। আইনষ্টাইনে এই সমীকৰণকেইটাৰ বাস্তৱ ব্যাখ্যা দিবলৈ সক্ষম হোৱাৰ লগতে বেগৰ লগত দৈৰ্ঘ্যৰ হ্ৰস্বকৰণ (length contraction), সময় বিলম্বন (time dilation) ইত্যাদি পৰিঘটনাৰ অনুমান কৰিব পাৰে। সেই অনুমানবোৰক অৱশেষত বাস্তৱ পৰীক্ষাৰ দ্বাৰা প্ৰমাণিত কৰা হয়। তদুপৰি এই পৰিৱৰ্তন সমীকৰণকেইটাৰ আলম লৈয়েই স্থান-কাল, বা ভৰ-শক্তিৰ সমতুল্যতা আদিৰ দৰে সিদ্ধান্তসমূহ আইনষ্টাইনে আগবঢ়ায়। সেয়ে, এই সমীকৰণকেইটাক লৰেঞ্জৰ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণ (Lorentz transformation equations) বুলি কোৱা হয় যদিও সমগ্ৰ আপেক্ষিকতাবাদৰ সৃষ্টিৰ কৃতিত্ব আইনষ্টাইনক দিয়া হয়।

লৰেঞ্জৰ এই পৰিৱৰ্তন সমীকৰণকেইটা কেনেকৈ আহৰণ কৰা হ'ল সেয়া স্নাতক পৰ্যায়ৰ ক্লাছিকেল মেকানিক্সৰ কিতাপত পোৱা যাব। লেখাটোৰ গাণিতিক সমীকৰণৰ সংখ্যা অযথা বাঢ়ি যাব বুলি সেই আহৰণ কৰা প্ৰক্ৰিয়াটো ইয়াত উল্লেখ নকৰোঁ। আপেক্ষিকতাবাদ বুজিবলৈ আমাক কেৱল সমীকৰণকেইটাৰ প্ৰয়োজন।

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$y' = y \qquad y = y$$

$$z' = z \qquad z = z$$

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

এই সমীকৰণকেইটাক গেলিলিওৰ সমীকৰণকেইটাৰ লগত তুলনা কৰিলে মূলতঃ দুটা পাৰ্থক্য দেখিব—

১) স্থানৰ হিচাপটো যিদৰে বেগ অনুসৰি আপেক্ষিক, সেইদৰে সময়ৰ হিচাপটোও বেগ অনুসৰি আপেক্ষিক। অৰ্থাৎ দুয়োজন পৰ্যৱেক্ষকৰ বাবে সময়ৰ প্ৰবাহ একেই নহয়। সময় আৰু স্থানৰ আচৰণ একেধৰণৰ। সেয়েহে আইনষ্টাইনে স্থান আৰু কালৰ একত্ৰীকৰণ কৰিছিল। **এয়া নিউটনৰ কৰ্মৰাজীৰ পিছতে পদাৰ্থবিজ্ঞান-জগতত এটা যুগান্তকাৰী পৰিৱৰ্তন।**

২) স্থান আৰু কাল (x আৰু t)ৰ পৰিৱৰ্তনৰ সমীকৰণ দুটাত

এটা অতিৰিক্ত সংশোধনী গুণক (correction factor) আছে। এই গুণকটো দুয়োজন পৰ্যৱেক্ষকৰ মাজৰ আপেক্ষিক বেগৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল। চমুকৈ ইয়াক গ্ৰীক আখৰ ”গামা”ৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা হয়।

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

এই স্থানাংক পৰিৱৰ্তন সমীকৰণকেইটাৰ পৰা বেগৰ পৰিৱৰ্তন সূত্ৰকেইটা সহজে আহৰণ কৰিব পাৰি। O জড়-গাঁঠনিৰ পৰা চাওঁতে কোনো এটা কণাৰ গতিবেগৰ উপাদান (component)কেইটা U_x, U_y আৰু U_z; আৰু O' ত এইকেইটা U'_x, U'_y আৰু U'_z হ'লে বেগ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণকেইটা তলত দিয়াৰ ধৰণে হয়।

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2} \qquad u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x v/c^2}$$
$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x v/c^2)} \qquad u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + u'_x v/c^2)}$$
$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x v/c^2)} \qquad u_z = \frac{u'_z}{\gamma(1 + u'_x v/c^2)}$$

সমীকৰণকেইটাক নিউটনৰ গতিসূত্ৰৰ বেগ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণটোৰ লগত তুলনা কৰিলেই অতিৰিক্ত সংশোধনী গুণককেইটা চিনাক্ত কৰিব পাৰি। নিউটনৰ দিনৰ চিন্তাধাৰৰ মতে কেৱল x দিশতহে বেগৰ পৰিৱৰ্তন হ'ব লাগিছিল; কিন্তু ইয়াত তিনিওটা দিশতেই বেগৰ পৰিৱৰ্তন হোৱা দেখা গৈছে। এতিয়া যদি আমি বন্ধুজনৰ হাতৰ টৰ্চটোৰ পৰা ওলাই অহা পোহৰখিনিৰ গতিবেগক আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা চাওঁ, তেতিয়া আমি সোঁফালৰ সমীকৰণকেইটাত $U'_x = c, U'_y = 0$ আৰু $U'_z = 0$ বহুৱাব লাগিব (যিহেতু আমি কেৱল x দিশৰ গতিৰ কথা আলোচনা কৰি আছোঁ)। এতিয়া সমীকৰণকেইটাৰ মতে, আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰাও $U_x = c, U_y = 0$ আৰু $U_z = 0$; অৰ্থাৎ, দুয়োজন পৰ্যৱেক্ষকৰ মতে পোহৰৰ বেগ একেই, আৰু এই সিদ্ধান্তটো পৰ্যৱেক্ষক দুজনৰ মাজৰ যিকোনো আপেক্ষিক বেগৰ বাবেই সত্য! এইদৰেই লৰেঞ্জৰ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণ কেইটাই নিউটন আৰু মেক্সৱেলৰ তত্ত্বৰ মাজৰ মতভেদবোৰ দূৰ কৰিলে।

প্ৰাকৃতিক একক:

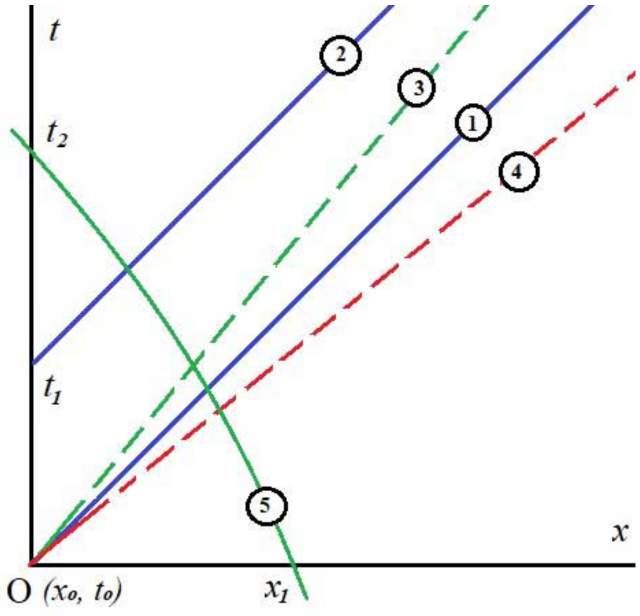
আপেক্ষিকতাবাদক জ্যামিতিৰ দৃষ্টিভংগীৰে চোৱাৰ আগতে আমি আমাৰ জোখ-মাখৰ এককবোৰ সলনি কৰি ল'লে সুবিধাজনক হয়। পোহৰৰ বেগ প্ৰতি চেকেণ্ডত ৩ লাখ কিলোমিটাৰ হোৱা বাবে দৈনন্দিন জীৱনৰ মান্য একক ব্যৱস্থা (SI system)টো জোখ-মাখৰ বাবে অসুবিধাজনক। সেয়েহে আমি নতুনকৈ এনে এটা একক-ব্যৱস্থা বাছি ল'ম, য'ত পোহৰৰ বেগৰ মান ১। এই ব্যৱস্থাটোত আমি সময়ক দীঘৰ এককেৰে জুখিম। কথাটো এনেকুৱা— কোনো এঠাইলৈ কিমান দূৰ বুলি কোনোবাই সুধিলে আমি যে কেতিয়াবা কওঁ, “১০ মিনিটৰ বাট!”— ইয়াত যিদৰে দূৰত্বক সময়ৰ এককেৰে জোখা হ'ল, ঠিক সেইদৰে আমি সময়কো পোহৰৰ বেগৰ সহায়ত দূৰত্বৰে জুখিম। এই নতুন একক ব্যৱস্থাটোত সময় আৰু দূৰত্বৰ একক একেই হোৱা বাবে স্থান-কালৰ সমতুল্যতাক ব্যাখ্যা কৰিবলৈ সহজ হয়। উচ্চ শক্তিৰ পদাৰ্থবিজ্ঞান (High Energy Physics)ৰ লগত জড়িত ব্যক্তিসকলৰ বাবে এই নতুন একক ব্যৱস্থা অতিকৈ সুবিধাজনক। সদ্যহতে, এই নতুন ব্যৱস্থাটোত পোহৰৰ বেগ এক ($c =$ ১) বুলি মনত ৰাখক। যিহেতু পোহৰতকৈ অধিক বেগত একো যাব নোৱাৰে, সেয়েহে বাকীবোৰ বেগৰ পৰিমাণ সদায় ১ তকৈ সৰু। (SI ব্যৱস্থাৰ কোনো বেগক ৩ × ১০^৮ মিটাৰ/ছেকেণ্ডেৰে হৰণ কৰিলেই নতুন এককটোত সেই বেগৰ পৰিমাণটো পোৱা যাব।) প্ৰকৃতিৰ ধ্ৰুৱ সংখ্যা (অৰ্থাৎ, c)ৰ সহায়ত গঠন কৰা বাবে এই এককটোক প্ৰাকৃতিক একক (natural units) বোলা হয়। উচ্চ শক্তি পদাৰ্থবিজ্ঞানত এই একক ব্যৱস্থাটোত c ৰ লগতে মেক্স প্লাংকৰ ধ্ৰুৱকটোকো ১ বুলি ধৰা হয়।

আপেক্ষিকতাবাদত জ্যামিতি : মিনকফস্কিৰ স্থান-কাল

আইনষ্টাইনে সম্পূৰ্ণ বীজগণিতৰ পদ্ধতিৰে ব্যাখ্যা কৰা আপেক্ষিকতাবাদে ৩-৪ বছৰৰ পাছতেই জ্যামিতীয় দৃষ্টিভংগী লাভ কৰে। সমীকৰণকেইটাত স্থান আৰু কালৰ সমতুল্যতাৰ প্ৰতি লক্ষ্য ৰাখি জাৰ্মানীৰ হাৰ্মান মিনকফস্কি (Hermann Minkowski)য়ে সময়ক সাঙুৰি এক চতুৰ্বিমীয় (4-dimensional) স্থান-কালৰ গাণিতিক গাঁথনি সাজি উলিয়ায়। পিছে কাগজৰ দ্বিবিমীয় পৃষ্ঠাত সেয়া অঁকাটো অসম্ভৱ। সেয়েহে, কথাবোৰ সহজ কৰিবলৈ আমি স্থানৰ এটা দিশত গতি (motion in one dimension)ৰ কথাহে আলোচনা কৰিম। অৰ্থাৎ, x আৰু t অক্ষ দুডালে সৃষ্টি কৰা দ্বিবিমীয় স্থান-কালৰ কথা আলোচনা কৰিম, আৰু ইয়াৰ সহায়ত আপেক্ষিকতাবাদৰ সিদ্ধান্তসমূহ ব্যাখ্যা কৰিবলৈ চেষ্টা কৰিম।

প্ৰথমে আপোনাক চিত্ৰটোৰ বৈশিষ্ট্যবোৰ বুজাও। মিনকফস্কিৰ স্থান-কাল চিত্ৰ (Minkowski space-time diagram)বোৰত সদায় জড়-গাঁথনিবোৰ অঁকা হয়; আৰু ঠিয় অক্ষডালক সাধাৰণতে সময়-অক্ষ, আৰু পথালি অক্ষডালক স্থানৰ অক্ষ বুলি ধৰা হয়। সময় গণনাৰ আৰম্ভনিতে জড়-গাঁথনিটোৰ পৰ্যৱেক্ষকজন চিত্ৰটোৰ

উৎস (origin)ত থাকে। চিত্ৰটোৰ প্ৰতিটো বিন্দুৰ লগতে স্থান আৰু কাল দুয়োৰে ”স্থানাংক” থাকে, আৰু প্ৰতিটো বিন্দুকেই এটা ঘটনা (event) বুলি কোৱা হয়। অৰ্থাৎ, এক নিৰ্দিষ্ট স্থান আৰু কালৰ তথ্য থকা প্ৰতিটো বিন্দুৱেই এটা ঘটনা। চিত্ৰটোৰ প্ৰতিটো ৰেখাই এডাল জগত-ৰেখা (world line)। এটা কণাই যদি x ৰ ধনাত্মক দিশত ধ্ৰুৱ বেগেৰে গতি কৰে, তেতিয়াহ'লে, এই চিত্ৰটোত সেই কণাটোৰ জগত-ৰেখাডাল এডাল সৰল-ৰেখা হ'ব। ঠিক সেইদৰে, এজন পৰ্যবেক্ষকে যিহেতু নিজৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা স্থিৰ হৈ থাকে, তেওঁৰ অৱস্থানটো সময়ৰ লগত সদায় একেই থাকিব — অৰ্থাৎ, t বাঢ়ি গ'লেও তেওঁ সদায় $x = 0$ ৰেখাডালতেই থাকিব। **অৰ্থাৎ, নিজৰ জড়-গাঁথনিটোত পৰ্যৱেক্ষক এজনৰ জগত-ৰেখাডাল হ'ল সময় অক্ষডাল নিজেই।** এতিয়া চিত্ৰ ২-ত থকা ৰেখাকেইডালৰ বিষয়ে বুজো আহক।



চিত্ৰ ২ -প্ৰাকৃতিক এককত মিনকফস্কিৰ স্থান-কালৰ চিত্ৰ

১) পৰ্যৱেক্ষকজনে সময় গণনা কৰিবলৈ লোৱাৰ লগে লগে ($t = 0$ সময়ত) তেওঁৰ হাতৰ টৰ্চলাইটৰ পৰা x দিশলৈ পোহৰ মাৰি পঠিয়ালে পোহৰে ১ নং জগত-ৰেখাডালেৰে (৪৫° কোণেৰে) গতি কৰিব। $t - x$ চিত্ৰত কোনো এডাল ৰেখাৰ কোনো এটা বিন্দুত ঢাল হৈছে সেই বিন্দুটোত $\tan\theta = \frac{dt}{dx}(= \frac{1}{v})$ৰ মান (অৰ্থাৎ, x অক্ষডালৰ পৰা কিমান ডিগ্ৰী কোণত বেঁকা হৈ আছে) — যিয়ে কোনো এটা বস্তুৰ বেগৰ বিপৰীত মানটোক সূচায়। বেগ যিমানেই বেছি, এই ঢালটো সিমানেই কম। পথালি ৰেখা এডালৰ ঢাল ০, আৰু ঠিয় ৰেখা এডালৰ ঢাল অসীম। ৪৫° কোণ কৰা ৰেখাবোৰৰ ঢালৰ মান ১। প্ৰাকৃতিক এককত যিহেতু পোহৰৰ বেগ ১ (= ৪৫°), সেয়েহে, এই ৰেখাডালৰ ঢাল (slope)ৰ মানো ১ হ'ব।

২) পৰ্যৱেক্ষকজনে t_1 সময়ত টৰ্চলাইটটোৰে আৰু এটা পোহৰৰ বাৰ্তা(signal) পঠিয়ালে সেই বাৰ্তাই দ্বিতীয় জগত-ৰেখাডালেৰে গতি কৰিব।

৩) পৰ্যৱেক্ষকজনে $t = 0$ হৈ থাকোঁতে পোহৰতকৈ কম, অথচ ধ্ৰুৱ বেগেৰে বল এটা মাৰি পঠিয়ালে বলটোৱে তৃতীয় জগত-ৰেখাডালেৰে গতি কৰিব। (ঢাল বেছি, বেগ কম।)

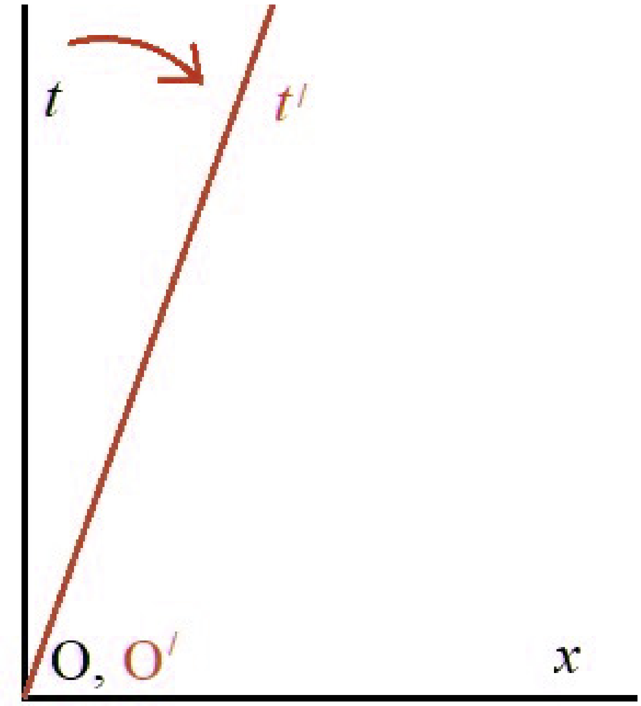
৪) পৰ্যৱেক্ষকজনে $t = 0$ হৈ থাকোঁতে পোহৰতকৈ বেছি ধ্ৰুৱ বেগেৰে বল এটা মাৰি পঠিয়ালে বলটোৱে চতুৰ্থ জগত-ৰেখাডালেৰে গতি কৰিব। পিছে এনে কৰাটো সম্ভৱপৰ নহয়। সেয়ে চতুৰ্থ জগত-ৰেখাডালে কোনো বাস্তৱ বস্তুৰ পথ নিৰূপণ নকৰে। কিয় এনে নহয়, সেয়া পিছত গম পাব।

৫) কোনো এটা বস্তুৱে x অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ পৰা পৰ্যৱেক্ষকৰ ফালে ত্বৰিত গতিৰে আহি পৰ্যৱেক্ষকজনক t_2 সময়ত লগ পালে বস্তুটোৰ জগত-ৰেখাডাল পঞ্চম (বক্ৰ) ৰেখাডালৰ দৰে হ'ব। ত্বৰিত গতিৰ বাবে বস্তুটোৰ বেগ সময়ৰ লগে লগে বাঢ়ি আহিছে, আৰু সেয়ে বক্ৰৰেখাডালৰ ঢাল কমি গৈছে। মন্থৰিত গতিৰে অহা হ'লে ইয়াৰ ওলোটাতো হ'লহেঁতেন।

ধৰাহ'ল আপুনি নিজেই O ৰ পৰ্যৱেক্ষকজন, আৰু আপোনাৰ বন্ধুজনে O' জড়-গাঁথনি, অৰ্থাৎ বাছখনত উঠি x দিশত v ধ্ৰুৱ বেগেৰে গৈ আছে। আটাইতকৈ মন কৰিবলগীয়া কথাটো হ'ল, আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা আপোনাৰ বন্ধুজনৰ জগত-ৰেখাডাল হ'ব তৃতীয় ৰেখাডালৰ দৰে। এজন পৰ্যৱেক্ষকৰ বাবে আকৌ নিজৰ জগত-ৰেখাডালেই তেওঁৰ সময়-অক্ষ। সেয়েহে, আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা, আপোনাৰ বন্ধুজনৰ সময়-অক্ষডাল হ'ব তৃতীয় ৰেখাডালৰ দৰে। অৰ্থাৎ, আপোনাৰ আৰু আপোনাৰ বন্ধুজনৰ সময়ৰ অনুভৱ বেলেগ। সময় আপেক্ষিক! ঠিক সেইদৰে, আপোনালোক দুয়োজনৰে স্থানৰ অক্ষবোৰো একেই নহয়। আনহাতে, আপেক্ষিকতাবাদ তত্ত্বৰ গুৰিতেই থকা সত্যটো হ'ল পোহৰৰ বেগ সকলো পৰ্যৱেক্ষকৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰাই একেই। সেয়েহে, আপুনি সময় বা স্থানৰ অক্ষদুডাল যিদৰেই আঁকিলেও, পোহৰে সদায় ৪৫° ৰেখাডালেৰেই গতি কৰিব! গতিকে আপেক্ষিকতাবাদৰ আটাইতকৈ গুৰিতেই থকা পোহৰৰ ধ্ৰুৱ বেগৰ সত্যটোক মিনকফস্কিৰ স্থান-কাল চিত্ৰৰে এনেকৈ প্ৰকাশ কৰিব পাৰি— **"পোহৰে মিনকফস্কিৰ স্থান-কাল চিত্ৰত সদায় ৪৫° কোণেৰে গতি কৰে"**। লৰেঞ্জৰ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণকেইটাক এই

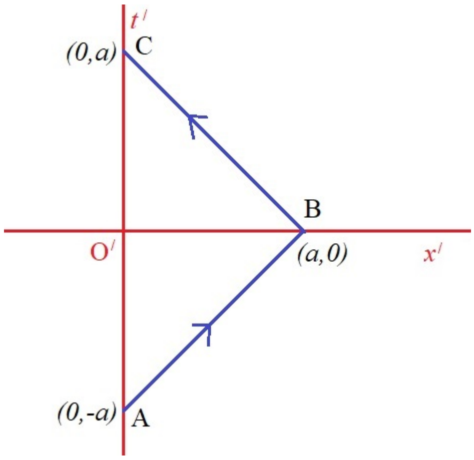
স্থান-কাল চিত্ৰৰ অক্ষবোৰৰ একপ্ৰকাৰৰ ঘূৰ্ণন হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। পৰ্যৱেক্ষকৰ সলনিৰ লগে লগে, অৰ্থাৎ Oৰ পৰা O' লৈ দৃষ্টিভংগী সলাওতে কিদৰে এনে চিত্ৰ এটাৰ অক্ষ দুডালৰ পৰিৱৰ্তন হয়, সেয়া বুজিবলৈ এটা বোধ-সম্পৰীক্ষা (thought experiment) কৰিব লাগিব।

মিনকফস্কিৰ স্থান-কাল চিত্ৰত দৃষ্টিভংগীৰ লৰেঞ্জ-পৰিৱৰ্তন:



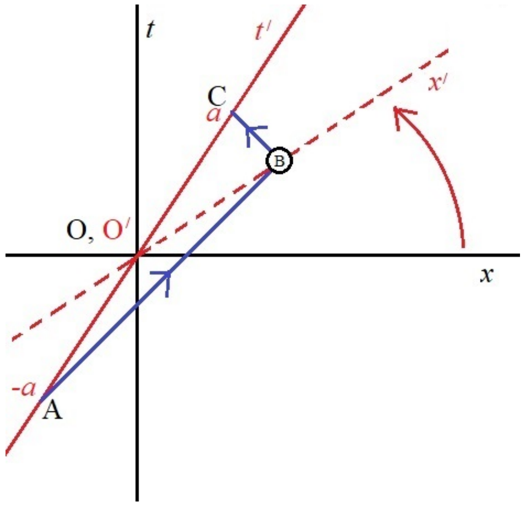
চিত্ৰ ৩ -সময়ৰ লৰেঞ্জ পৰিবৰ্তন

“নিজৰ জড়-গাঁথনিটোত পৰ্যৱেক্ষক এজনৰ জগত-ৰেখাডাল হ'ল তেওঁৰ সময় অক্ষডাল নিজেই” — এই যুক্তিটোৰ সহায় লৈ আমি মিনকফস্কিৰ স্থান-কাল চিত্ৰত সময়ৰ লৰেঞ্জ পৰিবৰ্তনৰ সমীকৰণটোক চিত্ৰৰ সহায়ত কাষত দেখুওৱাৰ দৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ। আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা আপোনাৰ বন্ধুজনৰ সময় অক্ষডাল অলপ হেলনীয়া, কিয়নো তেওঁ আপোনাৰ পৰা সুষম বেগেৰে আঁতৰি গৈছে, আৰু তেওঁ নিজৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা স্থিৰ। এতিয়া, আপোনাৰ বন্ধুজনৰ স্থান-অক্ষডাল আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা কেনে হ'ব — সেয়া বুজিবলৈ আমি এটা বোধ-সম্পৰীক্ষা কৰিম। সেই বোধ-সম্পৰীক্ষাটোত আমি পোহৰৰ ধ্ৰুৱ বেগ— অৰ্থাৎ, সদায় ৪৫° হৈ থকা ৰেখাডালৰ সহায় ল'ম।



চিত্ৰ ৪ - আপোনাৰ বন্ধুজনৰ দৃষ্টিভংগী

ধৰাহ'ল আপোনাৰ বন্ধুজনে তেওঁৰ গতিৰ দিশত টৰ্চলাইটৰ পোহৰ সংকেত মাৰি পঠিয়াইছে আৰু এখন আইনাত প্ৰতিফলিত হৈ সংকেতটো কিছু সময়ৰ পাছত আপোনাৰ বন্ধুজনলৈ ঘূৰি আহিছে। সেই সংকেত পঠিওৱা, প্ৰতিফলিত হোৱা আৰু সংকেতটো ঘূৰি আহি পোৱা ঘটনাকেইটাক A, B আৰু C নাম দিয়া হ'ল। চিত্ৰ ৪-ত দেখুওৱাৰ দৰে, আপোনাৰ বন্ধুজন (O')ৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা চালে, Aৰ পৰা Bলৈ প্ৰয়োজনীয় সময়, Bৰ পৰা Cলৈ প্ৰয়োজনীয় সময়, আৰু x' দিশত সংকেতটোৱে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্বৰ মান সমান (প্ৰাকৃতিক একক মতে)। আৰু পোহৰে অতিক্ৰম কৰা জগত-ৰেখাডালে চিত্ৰটোত ৪৫° কোণ কৰি আছে। (ঘূৰি অহা সংকেতটোৰ বাবে বিপৰীত দিশৰ পৰা ৪৫° হিচাপে জোখ কৰা হৈছে।) এতিয়া এই ঘটনাকেইটাক আপোনাৰ (O ৰ) দৃষ্টিভংগীৰে চাওঁ আহক।



চিত্ৰ ৫ - আপোনাৰ দৃষ্টিভংগী

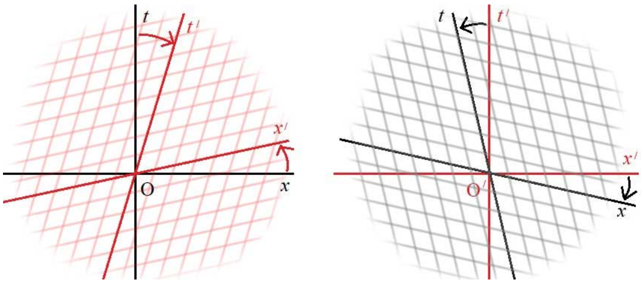
চিত্ৰ ৫-ৰ সহায়ত আপোনাৰ (O ৰ) দৃষ্টিভংগীৰ পৰা আপোনাৰ বন্ধুৰ (O' ৰ) স্থান-অক্ষডালৰ লৰেঞ্জ পৰিবৰ্তনৰ প্ৰকৃতিটো বুজিব পাৰি। প্ৰথমে আমি t'-অক্ষডালত উৎস (origin)ৰ দুয়োকাষে সমান দূৰত্বত A আৰু C ঘটনা দুটা চিনাক্ত কৰি লওঁ। আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা A আৰু C দুয়োটা একেটা স্থানতেই সংঘটিত হোৱা নাই, কিয়নো আপোনাৰ বন্ধুজন আপোনাৰ পৰা আঁতৰি গৈ আছে। এতিয়া, চিত্ৰটোত পোহৰৰ গতিপথটো যিহেতু সদায় ৪৫°, আমি A ৰ পৰা ধণাত্মক দিশত (ভৱিষ্যতৰ দিশত) পোহৰ ৰেখাডাল আঁকো, আৰু C ৰ পৰা ওলোটাই (অতীতৰ দিশত) পোহৰৰ ৰেখাডাল চিহ্নিত কৰোঁ। এই দুয়োডাল ৰেখাই কটাকটি কৰা বিন্দুটোৱেই হৈছে B ঘটনাটো। আগৰ চিত্ৰটোত যিহেতু B ঘটনাটো x'-অক্ষডালত আছিল, সেয়েহে O ৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা এই অক্ষডাল এই B বিন্দুৰ মাজেৰেই পাৰ হৈ যাব লাগিব! অৰ্থাৎ উৎসৰ পৰা B সংযোগী ফুটফুটীয়া ৰেখাডালেই x' অক্ষডালৰ পৰিৱৰ্তিত ৰূপ। লৰেঞ্জৰ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণৰ মতে t'-অক্ষডাল t অক্ষৰ পৰা যিদৰে হেলনীয়া হৈ পৰিছিল, ঠিক সেইদৰে, x' অক্ষডালো x-অক্ষৰ পৰা বিপৰীত দিশত হেলনীয়া হৈ পৰে। এই অক্ষৰ হেলনীয়া হোৱা প্ৰক্ৰিয়াটোৱেই লৰেঞ্জৰ পৰিৱৰ্তন সমীকৰণৰ জ্যামিতিক ৰূপ। এইদৰেই মিনকফস্কিৰ স্থান-কাল চিত্ৰৰ সহায়ত বিমূৰ্ত সমীকৰণকেইটাৰ বাস্তৱ ৰূপ দিয়া হ'ল। লৰেঞ্জ-পৰিৱৰ্তনৰ জ্যামিতিক ৰূপটোৰ বৈশিষ্ট্যকেইটামান মন কৰিবলগীয়া—

১) দুয়োডাল অক্ষ সমান পৰিমাণেৰে বিপৰীত দিশত হেলনীয়া হয়। O', O ৰ পৰা ধনাত্মক x দিশত গতি কৰিলে t'-অক্ষডাল ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত, আৰু x'-অক্ষডাল ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত হেলনীয়া হয়। অক্ষ দুডালৰ সমান্তৰাল ৰেখাবোৰৰো একেই পৰিৱৰ্তন হয়। সেয়েহে গোটেই স্থান-কালৰ জালিকা (grid)খনৰ পৰিৱৰ্তন হয় (চিত্ৰ-৬)।

২) O' ৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা O ঋণাত্মক x' দিশত আঁতৰি গৈ আছে। সেয়ে, এই দৃষ্টিভংগীৰ পৰা t আৰু x অক্ষদুডাল ওলোটাকৈ হেলনীয়া হয় (চিত্ৰ-৬ৰ সোঁফালৰ অংশ)।

৩) O', O ৰ পৰা পোহৰৰ বেগত আঁতৰি গ'লে O ৰ দৃষ্টিভংগীত O' ৰ দুয়োডাল অক্ষই ৪৫° হেলনীয়া হৈ একেলগ হৈ পৰে। অৰ্থাৎ, O' ৰ স্থান-কালৰ অনুভৱবোৰ অনৰ্থক হৈ পৰে। সেয়ে পোহৰ কণিকা এটাই নিজে স্থান-কাল অনুভৱ কৰিব নোৱাৰে। পোহৰ কণা এটাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা স্থান আৰু কালৰ অস্তিত্ব নাই। সৃষ্টিৰ পৰা ধ্বংসলৈকে অতিক্ৰম কৰা সকলো দূৰত্ব আৰু সময় পোহৰৰ কণা এটাৰ বাবে একেটাই মুহূৰ্ত।

৪) পোহৰতকৈ বেছি বেগৰ গতি — কথাষাৰৰ কোনো বাস্তৱ অৰ্থ নাই। ই সমীকৰণকেইটাত থকা বৰ্গমূলটোক কাল্পনিক সংখ্যা (imaginary number) কৰি তোলে।



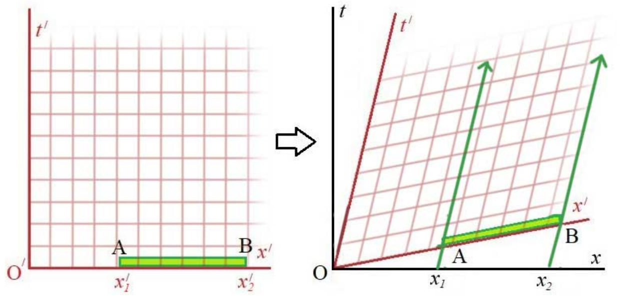
চিত্ৰ ৬ - বাওঁফালে আপোনাৰ দৃষ্টিভংগী, সোঁফালে আপোনাৰ বন্ধুজনৰ দৃষ্টিভংগী

[টোকা: আমি এতিয়ালৈকে বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদৰ স্থান-কালৰ সৰলৰৈখিক অক্ষৰ কথা আলোচনা কৰি আহিছোঁ। অৱশ্যে, সাধাৰণ আপেক্ষিকতাবাদত ত্বৰণ আৰু মহাকৰ্ষণৰ কথা আলোচনা কৰোঁতে স্থান-কালৰ বক্ৰ অক্ষ(curved space-time coordinates)ৰ কথা আহি পৰে। স্থান-কালৰ চিত্ৰত পোহৰে ৪৫° কোণৰ সৰলৰেখাৰে গতি কৰিলেও, মহাকৰ্ষণ বলৰ দ্বাৰা প্ৰভাৱিত অঞ্চলৰ এজন পৰ্যবেক্ষকৰ বাবে সেই সৰলৰেখাডাল বেঁকা হৈ পৰে, আৰু ইয়েই মহাকৰ্ষণীয় লেন্সিং (gravitational lensing) পৰিঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে। ঠিক সেইদৰে, কোনো বস্তু এটাৰ পোনপটীয়া গতিও এইক্ষেত্ৰত বক্ৰ (কোনো কোনো ক্ষেত্ৰত পৰ্যাবৃত্ত) হৈ পৰে। আইনষ্টাইনৰ মহাকৰ্ষণ তত্ত্বৰ মতে, ভৰৰ অৱস্থানে স্থান-কালত বক্ৰতাৰ সৃষ্টি কৰে, আৰু এই বক্ৰতাকেই আমি মহাকৰ্ষণ বল হিচাপে অনুভৱ কৰোঁ।]

সময়ৰ যুগপততা আৰু দৈৰ্ঘ্যৰ হ্ৰস্বকৰণ:

লৰেঞ্জৰ পৰিৱৰ্তনৰ সমীকৰণকেইটাৰ পৰা পোৱা আটাইতকৈ মন কৰিবলগীয়া ফলাফলকেইটা হৈছে কোনো বস্তুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ হ্ৰস্বকৰণ (length contraction) আৰু সময়ৰ বিলম্বন (time dilation)। উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰাহ'ল আপোনাৰ বন্ধুজনে বাছখনত x' দিশত থকা লাঠি এডালৰ দৈৰ্ঘ্য জুখিব বিচাৰিছে। দৈৰ্ঘ্য জুখিবলৈ তেওঁ লাঠিডালৰ দুয়োটা মূৰৰ স্থানাংকত একেসময়তে (simultaneously) দুটা পৰ্যৱেক্ষণ কৰিছে (চিত্ৰ ৭-ৰ বাওঁফালে; $dt' = 0$)। সেই দুয়োটা ঘটনাক A আৰু B নাম দিয়া হ'ল, যাৰ বাবে t' ৰ জোখটো একেই, আৰু x' ৰ জোখ দুটা হ'ল x'_1 আৰু x'_2, যাতে লাঠিডালৰ স্থিতি-দীঘ (rest lenth)ৰ মান হ'ব $x'_2 - x'_1$। স্থিতি-দীঘ বুলি এইকাৰণেই কোৱা হৈছে, কিয়নো

পৰ্যৱেক্ষক — অৰ্থাৎ আপোনাৰ বন্ধুজনৰ সাপেক্ষে লাঠিডাল স্থিৰ হৈ আছে। এতিয়া, একেখিনি কথাকেই আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা (চিত্ৰ ৭-ৰ সোঁফালে) চালে দেখিব, যে A আৰু B ঘটনা দুটা আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা একেই সময়তে ঘটা নাই। অৰ্থাৎ, **সময়ৰ যুগপততা (simultaneity of time) আপেক্ষিক** — ই পৰ্যৱেক্ষকৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। আকৌ, লাঠিডালৰ মূৰ দুটাই আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা চিত্ৰ-৭ত দেখুউৱাৰ দৰে (সেউজীয়া ৰঙৰ) জগত-ৰেখা দুডালেৰে গতি কৰে। গতিকে আপুনি লাঠিডালৰ দীঘ জুখিলে বেলেগ এটা মান $(x_2 - x_1)$ পাব। যিহেতু লাঠিডালে আপোনাৰ সাপেক্ষে গতি কৰি আছে, সেয়ে ইয়াক লাঠিডালৰ গতি-দীঘ বুলি ক'ব পাৰে, আৰু ইয়াৰ মান লাঠিডালৰ স্থিতি-দীঘতকৈ কম। অৰ্থাৎ, **গতিৰ লগে লগে যিকোনো বস্তুৰ দীঘৰ হ্ৰস্বকৰণ হয়।** এই কথাষাৰ গতিৰ দিশত কৰা জোখ-মাখবোৰৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য। অৱশ্যে **এয়া কোনো দৃষ্টি-বিভ্ৰম নহয়;** বৰঞ্চ এটা সম্পূৰ্ণ বাস্তৱ পৰিঘটনা। ইয়াক পৰীক্ষাগাৰত প্ৰমাণ কৰিব পৰা যায়।



চিত্ৰ ৭ - গতিৰ লগত দৈৰ্ঘ্যৰ হ্ৰস্বকৰণ - বাওঁফালে বন্ধুজনৰ, সোঁফালে আপোনাৰ দৃষ্টিভংগী

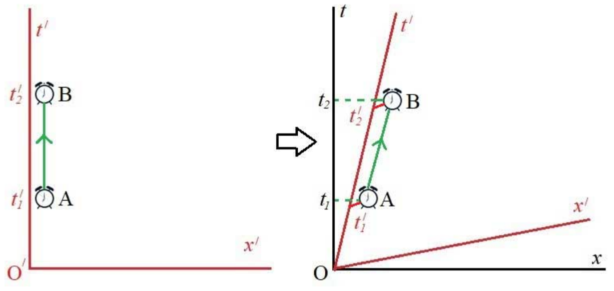
বহুতে এইটো ধাৰণা লৈ থাকে যে আপোনাৰ বন্ধুজনৰ দৈৰ্ঘ্যৰ হিচাপবোৰ আপুনি যদি হ্ৰস্বকৰণ হোৱা দেখে, তেতিয়াহ'লে আপোনাৰ বন্ধুজনে আপোনাৰ দৈৰ্ঘ্যৰ জোখ-মাখবোৰ দীঘলীয়া হোৱা দেখিব। পিছে এনে নহয়। দুয়োজন পৰ্যৱেক্ষকে দুয়োজনৰ দৈৰ্ঘ্যৰ হিচাপবোৰ হ্ৰস্বকৰণ হোৱাই দেখিব। কিয়নো, সমীকৰণটো v ৰ বৰ্গৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল। আপেক্ষিক বেগ v ৰ দিশ পৰিৱৰ্তন কৰি - v লিখিলেও সমীকৰণকেইটা একেই থাকে। চিত্ৰ-৬ৰ দ্বিতীয় অংশ ব্যৱহাৰ কৰিও আপুনি এইটো ফলাফল বুজিব পাৰে। এই দৈৰ্ঘ্যৰ পৰিৱৰ্তনৰ গাণিতিক ৰূপটো তলত দিয়া ধৰণৰ।

$$(x_2 - x_1) = \frac{(x'_2 - x'_1)}{\gamma} = (x'_2 - x'_1)\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

এই সমীকৰণৰ মতে, পোহৰৰ ৫০%, ৯০% আৰু ৯৯% বেগেৰে গতি কৰা কোনো বস্তুৰ দৈৰ্ঘ্য, ইয়াৰ স্থিতি-দৈৰ্ঘ্যৰ ক্ৰমে ৮৬.৬%, ৪৩.৬% আৰু ১৪% লৈ হ্ৰাস পায়। **পোহৰৰ সমান বেগেৰে গতি কৰিলে সকলো বস্তুৰ দৈৰ্ঘ্য ০ হৈ পৰে,** আৰু ইয়াতকৈ বেগাই যোৱা অসম্ভৱ।

সময়-বিলম্বন:

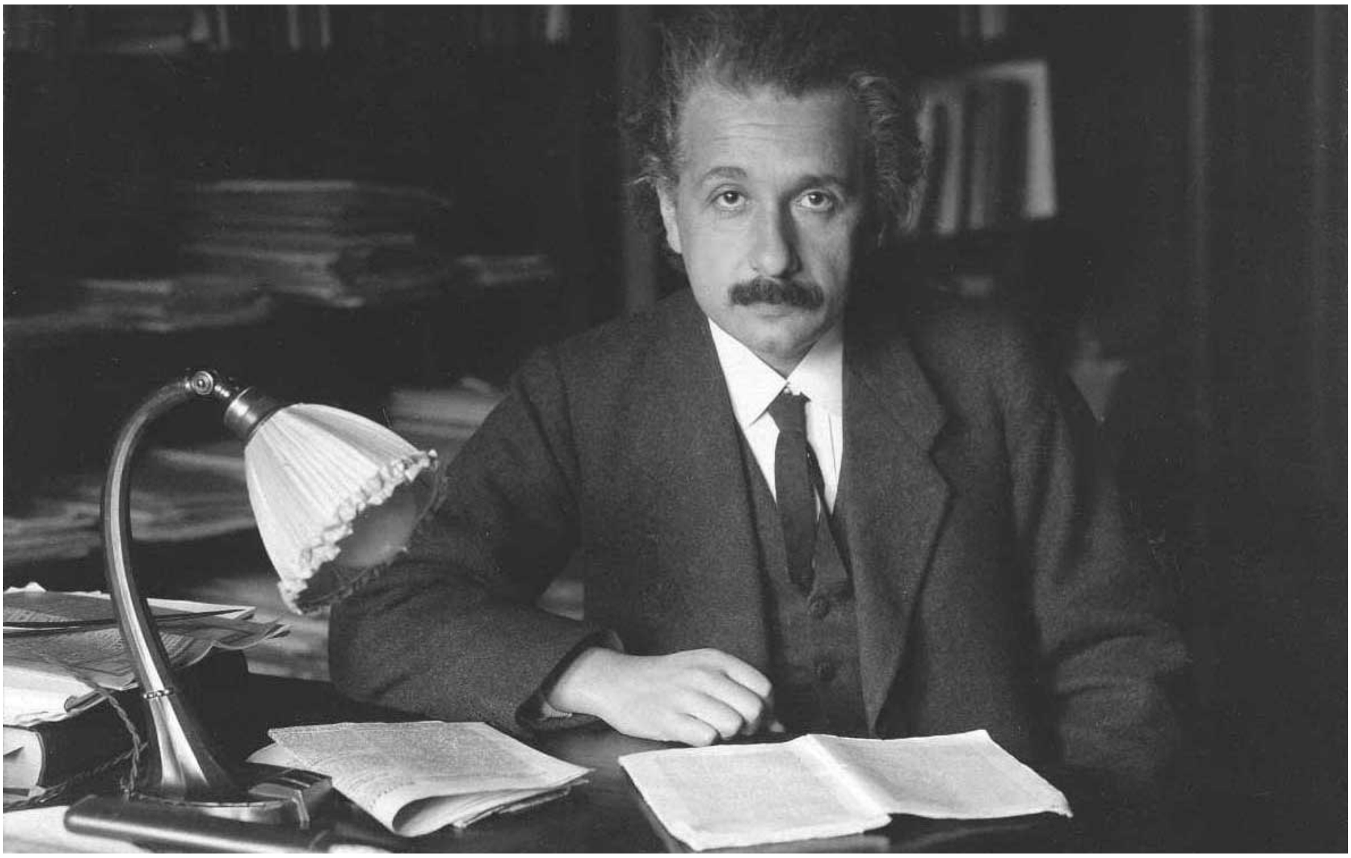
গতি কৰি থকা বস্তু বা পৰ্যৱেক্ষকৰ ক্ষেত্ৰত সময় বিলম্বন (time dilation) কেনেকৈ হয় সেয়া বুজিবলৈ আৰু এটা ভাৱ-সম্পৰীক্ষা কৰিব পাৰি। ধৰাহ'ল বাছখনত গতি কৰি থকা আপোনাৰ বন্ধুজনে তেওঁৰ হাতত থকা ঘড়ী (stop-watch)টোৰে এটা নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ ব্যৱধান (time interval) গণনা কৰে। তেওঁৰ নিজৰ দৃষ্টিভংগীত এই প্ৰক্ৰিয়াটোক চিত্ৰ-৮ৰ বাওঁফালৰ জগত-ৰেখাডালে বৰ্ণনা কৰিছে। গণনা আৰম্ভ আৰু শেষ কৰাৰ ঘটনা দুটাক A আৰু B আখৰেৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে। তেওঁ হিচাপ কৰা সময়ৰ ব্যৱধানটো হৈছে $t'_2 - t'_1$। এই ব্যৱধানটো হৈছে আপোনাৰ বন্ধুজনৰ যথাযথ সময় (proper-time)। কিন্তু, যিহেতু আপোনালোক দুজনৰ সময়-অক্ষ দুডাল বেলেগ, আপোনাৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা (চিত্ৰ-৮ৰ সোঁফালে) সেই একেটা সময়ৰ ব্যৱধানৰ মান হ'ব $t_2 - t_1$। আপুনি গণনা কৰা সময়ৰ ব্যৱধানটো আপোনাৰ বন্ধুজনৰ যথাযথ সময়তকৈ সদায় দীঘলীয়া। এই একেটা পৰীক্ষা যদি আপুনি কৰে, আৰু আপোনাৰ বন্ধুৱে আপোনাক লক্ষ্য কৰি থাকে, তেওঁ একেধৰণেই সময়ৰ ব্যৱধানটোক আপোনাৰ যথাযথ সময়তকৈ দীঘলীয়া বুলি ক'ব। অৰ্থাৎ, আপোনালোকৰ মাজৰ আপেক্ষিক বেগৰ বাবে আপোনালোকে ইজনে সিজনৰ সময় লাহেকৈ যোৱা বুলি সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ব। **দুয়োজন পৰ্যৱেক্ষকৰ মতে নিজৰ সময়টোহে শুদ্ধ, আৰু আনজনৰ সময় লাহে লাহে প্ৰবাহিত হৈছে। কিন্তু প্ৰকৃতাৰ্থত দুয়োজন পৰ্যৱেক্ষকেই সত্য, কিয়নো সময় আপেক্ষিক!**



চিত্ৰ ৮ - গতিৰ লগত সময়ৰ বিলম্বন - বাওঁফালে বন্ধুজনৰ, সোঁফালে আপোনাৰ দৃষ্টিভংগী

সময়-বিলম্বনৰ গাণিতিক ৰূপটো তলত দিয়া ধৰণৰ।

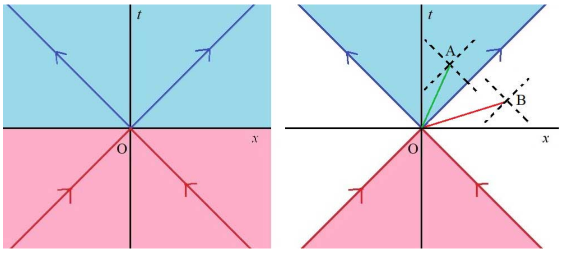
$$(t_2 - t_1) = \gamma(t'_2 - t'_1) = \frac{(t'_2 - t'_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



এই সমীকৰণৰ মতে, পোহৰৰ ৫০%, ৯০%, আৰু ৯৯% বেগেৰে গতি কৰিলে, ৰৈ থকা ব্যক্তি এজনৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা গতি কৰি থকা বস্তু বা ব্যক্তিৰ সময়ৰ জোখমাখ তেওঁৰ যথাযথ সময়তকৈ ক্ৰমে ১.১৫ গুণ, ২.২৯ গুণ আৰু ৭.০৯ গুণ বৃদ্ধি পায়। পিছে আপেক্ষিক বেগটো পোহৰৰ বেগৰ যিমান ওচৰলৈ কাষ চাপি যায়, সিমানেই এই গুণকটো বৃদ্ধি হৈ গৈ থাকে। উদাহৰণস্বৰূপে, পোহৰৰ ৯৯.৯৯৯% বেগত গুণকটো হয় ২২৩.০৬, আৰু ৯৯.৯৯৯৯৯৯৯% (দশমিকৰ পাছত ৮টা অংক) বেগত হয় প্ৰায় ৭০ হাজাৰ গুণতকৈও অধিক! ১০০% পোহৰৰ বেগত এই গুণকটো অসীম হৈ পৰে। অৰ্থাৎ, **পোহৰৰ বেগত গতি কৰি থকা জড়-গাঁথনিটোত সময় সম্পূৰ্ণৰূপে স্তব্ধ হৈ পৰে।** সেয়েহে পোহৰ কণা এটাই সময়ৰ উত্তৰণ অনুভৱ কৰিব নোৱাৰে। সময়ৰ বিলম্বনো এটা বাস্তৱ পৰিঘটনা। **এই পৰিঘটনাৰ বাবেই অতি কম অৰ্ধ-জীৱন (half-life) যুক্ত উচ্চ শক্তিসম্পন্ন কণাকো বহু সময়লৈকে তেজস্ক্ৰীয় ক্ষয় নোহোৱাকৈ থকা দেখা যায়।**

গেলিলিও আৰু আইনষ্টাইনৰ অতীত আৰু ভৱিষ্যৎ:

আইনষ্টাইনৰ আপেক্ষিকতাবাদৰ মতে, স্থান আৰু কাল যিদৰে আপেক্ষিক, ব্যক্তিবিশেষ হৈ পৰে, ঠিক সেইদৰে অতীত আৰু ভৱিষ্যতো ব্যক্তিবিশেষ হৈ পৰে। অতীত আৰু ভৱিষ্যত কি সেয়া বুজিবলৈ আমি কাৰ্য-কাৰক (causality)ৰ ধাৰণাটো ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰোঁ। গেলিলিও আৰু নিউটনৰ তত্ত্বত অতীত আৰু ভৱিষ্যৎ হৈছে পৰম (absolute) বৈশিষ্ট্য। এজন ব্যক্তিৰ সময় অক্ষডালৰ ঋণাত্মক মান থকা প্ৰতিটো ঘটনাই স্থান-কাল চিত্ৰৰ উৎসত থকা ব্যক্তিজনক প্ৰভাৱিত কৰিব পাৰে (চিত্ৰ-৯ৰ বাওঁফালে, ৰঙা অংশ); সেয়েহে এনে প্ৰতিটো ঘটনাই ব্যক্তিজনৰ অতীত (অৰ্থাৎ, উৎসত সংঘটিত কোনো কাৰ্যৰ সম্ভাব্য কাৰক)। আনহাতে, সময় অক্ষৰ ধনাত্মক মানৰ প্ৰতিটো ঘটনাকেই ব্যক্তিজনে প্ৰভাৱিত কৰিব পাৰে (চিত্ৰ-৯ৰ বাওঁফালে, নীলা অংশ); সেয়েহে এনে প্ৰতিটো ঘটনাই ব্যক্তিজনৰ ভৱিষ্যৎ।



চিত্ৰ ৯ - অতীত (ৰঙা) আৰু ভৱিষ্যৎ (নীলা) : বাওঁফালে গেলিলিওৰ, সোঁফালে আইনষ্টাইনৰ ধাৰণা

আইনষ্টাইনৰ আপেক্ষিকতাবাদৰ মতে আকৌ পোহৰতকৈ অধিক বেগত একো বস্তুৱেই গতি কৰিব নোৱাৰে, আনকি পোহৰতকৈ বেগত বল প্ৰয়োগ কৰিবও নোৱাৰি। সেয়েহে, সময় অক্ষৰ ঋণাত্মক দিশৰ সকলো ঘটনাই উৎসত থকা ব্যক্তিজনক প্ৰভাৱিত কৰিব নোৱাৰে। সেয়েহে ব্যক্তিজনৰ অতীতৰ ঘটনাখিনিয়ে স্থান-কালৰ চিত্ৰত শংকুৰ আকৃতি লয় (চিত্ৰ-৯ৰ সোঁফালে, ৰঙা অংশ)। সেইদৰে ব্যক্তিজনে সময় অক্ষৰ ধণাত্মক দিশৰ কেৱল শংকু আকৃতি লোৱা ঘটনাসমূহকহে প্ৰভাৱিত কৰিব পাৰে। সেয়েহে, ব্যক্তিজনৰ ভৱিষ্যতো শংকু আকৃতিৰ। ব্যক্তি এজনৰ অতীত-ভৱিষ্যতৰ এই শংকু আকৃতিক আলোক-শংকু (light cone) বুলি কোৱা হয়। (দ্বিবিমীয় চিত্ৰত শংকুবোৰক এটা সাধাৰণ কোণ যেনেই লাগে, কিন্তু x আৰু t অক্ষৰ লগত পৰস্পৰ লম্বভাৱে y অক্ষডাল আঁকিলে এই কোণটোৱে শংকুৰ আকৃতি ল'ব। লগতে আকৌ z অক্ষডাল আঁকিব পৰা হ'লে এই অতীত-ভৱিষ্যৎ অংশটোৱে উচ্চ-মাত্ৰাৰ আকৃতি এটা ল'ব, যিটো কল্পনা কৰাটোৱেই অসম্ভৱ। সেয়েহে আমি সাধাৰণতে শংকু শব্দটো ব্যৱহাৰ কৰোঁ।) আটাইতকৈ মনোগ্ৰাহী কথাটো হ'ল, ব্যক্তিবিশেষে এই আলোক-শংকুবোৰ বেলেগ বেলেগ হয়। প্ৰতিটো ঘটনাৰ বাবে আপুনি এই আলোক-শংকুবোৰ আঁকিব পাৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, চিত্ৰ-৯ৰ সোঁফালে O ৰ আলোক-শংকুক ৰঙা আৰু নীলা ৰঙেৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে, আনহাতে A আৰু B ৰ আলোক-শংকু দুটাক ফুটফুটীয়া ৰেখাৰ সহায়ত দেখুউৱা হৈছে। (ফুটফুটীয়া ৰেখাকেইডাল দুয়োটা দিশত অসীমলৈ সম্প্ৰসাৰিত হৈ আছে যদিও, কেৱল এটা অংশ আঁকি দেখুউৱা হৈছে।) যিকোনো দুজন ব্যক্তি বা দুটা ঘটনাৰ মাজত কাৰ্য-কাৰক সম্পৰ্ক থাকিবলৈ হ'লে এটা আনটোৰ আলোক-শংকুৰ ভিতৰত থাকিব লাগিব (যেনে O আৰু A), নাইবা এটাই আনটোৰ আলোক-শংকুৰ ওপৰত থাকিব লাগিব। এনে হ'লে ঘটনা দুটাৰ মাজৰ স্থান-কালৰ ব্যৱধানক ক্ৰমে সময়-সদৃশ ব্যৱধান (time-like interval) আৰু আলোক-সদৃশ ব্যৱধান (light-like interval) বুলি কোৱা হয়। আনহাতে এটাই আনটোৰ আলোক-শংকুৰ বাহিৰত থাকিলে সিহঁতৰ মাজৰ স্থান-কালৰ ব্যৱধানক স্থান-সদৃশ ব্যৱধান (space-like interval) বুলি কোৱা হয়। কোনো এটা ঘটনাৰ আলোক-শংকুৰ বাহিৰত ঘটা আন এক ঘটনাৰ লগত, অৰ্থাৎ স্থান-সদৃশ ব্যৱধান থকা দুটা ঘটনাৰ মাজত (যেনে O আৰু B; বা A আৰু B) কোনো কাৰ্য-কাৰক সম্পৰ্ক (causal relationship) নাথাকে। অৰ্থাৎ এই ঘটনা দুটাৰ কোনো এটাই আনটোক প্ৰভাৱিত নকৰে, বা কাৰক হ'ব নোৱাৰে। দুয়োটা ঘটনা একেখন বিশ্বব্ৰহ্মাণ্ডতেই সংঘটিত হ'লেও, এটাই আনটোৰ অস্তিত্বৰ বিষয়ে অৱগত নহয়। **এজন ব্যক্তিৰ বাবে তেওঁৰ আলোক-শংকুটোৱেই হৈছে তেওঁ অতীতত অনুভৱ কৰি অহা বা ভৱিষ্যতে অনুভৱ কৰিব পৰা বিশ্বব্ৰহ্মাণ্ডৰ অংশ।** যিকোনো এটা ঘটনা এজন ব্যক্তিৰ অতীত বা ভৱিষ্যতৰ অংশ হ'লেও, আন এজন ব্যক্তিৰ অতীত বা ভৱিষ্যতৰ অংশ নহ'বও পাৰে। অৰ্থাৎ, **অতীত আৰু ভৱিষ্যতো আপেক্ষিক!** এজন ব্যক্তিৰ অতীত বা ভৱিষ্যতৰ কথা ক'লে, তেওঁৰ লগত সময়-সদৃশ বা আলোক-সদৃশ ব্যৱধান থকা, অৰ্থাৎ আলোক-শংকুৰ অন্তৰ্ভুক্ত ঘটনাবোৰৰ কথাহে কোৱা হয়। আলোক-শংকুৰ বাহিৰৰ যিকোনো ঘটনা ব্যক্তিজনৰ অতীত বা ভৱিষ্যৎ ব্যাখ্যা কৰিবলৈ অপ্ৰয়োজনীয়।

জ্যামিতিৰ দৃষ্টিৰে চাবলৈ গ'লে বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদৰ ইমানখিনি কথাই আলোচনা কৰিব পাৰি। ($E = mc^2$ কিয় হয়, বা বেগৰ লগত কোনো বস্তুৰ ভৰ কিয় বাঢ়ি যায়, সেয়া বুজিবলৈ কলন-গণিত আৰু বীজগণিতৰ দীঘলীয়া আলোচনা কৰিবলগীয়া হ'ব।) আপেক্ষিকতাবাদৰ কথাবোৰ আপাত দৃষ্টিত সাধাৰণ জ্ঞানৰ বিপৰীতে যোৱা যেন লাগে বাবে পাৰাডক্স (paradox) কিছুমানো উৎপত্তি হয়। পিছে সমীকৰণকেইটা ভালকৈ বুজি পালে সেই পাৰাডক্সকেইটা অনৰ্থক বুলি বুজিব পাৰি। দৈৰ্ঘ্যৰ হ্ৰস্বকৰণ, সময় বিলম্বন আদি সম্পূৰ্ণৰূপে সঁচা পৰিঘটনা, আৰু এইবোৰক পৰীক্ষাগাৰত প্ৰমাণ কৰিব পৰা যায়। ঠিক সেইদৰে, যিকোনো দুটা ঘটনাৰ কাৰ্য-কাৰকৰ মাজৰ সম্পৰ্কবোৰো পৰীক্ষা কৰিব পৰা যায়। **কোটি কোটি কিলোমিটাৰ আঁতৰত থকা নক্ষত্ৰ এটাৰ অতীত বা ভৱিষ্যৎ আৰু আপোনাৰ অতীত আৰু ভৱিষ্যৎ বেলেগ। জ্যোতিষী এজনক লগ পালে আপুনিও বুজাব পাৰিব কিয় নক্ষত্ৰসমূহৰ অৱস্থানে আপোনাৰ ভৱিষ্যতত একো প্ৰভাৱ পেলাব নোৱাৰে। পিছে আপুনি আপেক্ষিকতাবাদ বুলি যুক্তিৰ বকলা মেলিলেই তেওঁ হয়টো লাহেকৈ আঁতৰি দিব।**

তথ্যসূত্ৰ:

১) গ্ৰন্থ: A First Course in General Relativity – Bernard Schutz (Chapter 1)

২) ভিডিঅ':

- What is relativity all about (Fermilab)
- Explanation of length contraction (Fermilab)
- How people get time dilation wrong (Fermilab)
- HC Verma's Lecture on Length Contraction
- HC Verma's Lecture on Time Dilation