সংকাৰক তত্ত্বৰ গদ'

বি এছ যাদৱ • অনুবাদ : ভৱ কুমাৰ শৰ্মা

('গণিত বিকাশ'ত বহু বৰ্ষ পূৰ্বে প্ৰকাশিত এই অনুদিত প্ৰবন্ধটো কেইবাটাও দিশেৰে গুৰুত্বপূৰ্ণ। গণিত-বিজ্ঞান বিষয়ক প্ৰবন্ধৰ সাৱলীল অনুবাদৰ ই এক উদাহৰণ। নিজৰ বিষয়বস্তুৰ সম্পৰ্কত এজন বিদগ্ধ পণ্ডিতে প্ৰবন্ধটো এনেদৰে লিখিছে যে ইয়াত উল্লেখিত বিষয়বোৰৰ সম্পৰ্কে সামান্যও ধাৰণা নথকা মানুহেও বিমূৰ্ত গাণিতিক অন্বেষণৰ প্ৰক্ৰিয়া উপলব্ধি কৰি ৰোমাঞ্চিত হৈ পৰিব। লেখকে এটা প্ৰবন্ধ ব্যতিক্ৰমভাৱে একাধিকবাৰ পঢ়াৰ কথা এই প্ৰবন্ধটোত কোৱাৰ দৰে পাঠকে এইটো প্ৰবন্ধও একাধিকবাৰ নপঢ়ি ৰ'ব নোৱাৰিব পাৰে।)

[বি এছ যাদৱ দিল্লী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিতবিজ্ঞানৰ অধ্যাপক। তেখেতৰ The Godot of Operator Theory নামৰ প্ৰবন্ধটো প্ৰকাশ পায় Mathematics Newsletter অত (Vol 2. No 2, June, 1992)। প্ৰবন্ধটোৰ অসমীয়া ৰূপান্তৰ কৰিছে অধ্যাপক ভৱ কুমাৰ শৰ্মাই।]

এজন লেখকৰ ৰচনাৱলীৰ সলনি কোনোবা বিশেষ এটি ৰচনাৰ বাবে লেখকজন জনাজাত হৈ পৰাটো অস্বাভাৱিক কথা নহয়। ইংৰাজ লেখক ছেমুৱেল বেকেটৰ আৰু তেখেতৰ বিখ্যাত নাটক: গদ'ৰ প্ৰতীক্ষাত (Waiting for Godot) ৰ ক্ষেত্ৰত ঠিক একে কথাই খাটে। যোৱা বছৰ বেকেটে শেষ নিঃশ্বাস ত্যাগ কৰে। তেখেতৰ জীৱন আৰু কৰ্ম সম্বন্ধে বিশ্বজুৰি হোৱা আলোচনা-বিলোচনাই ইংৰাজী সাহিত্যত বেকেটে অধিকাৰ কৰা উল্লেখনীয় স্থানৰ সত্যতা প্ৰতিপন্ন কৰিছে। অলপতে শ্যামলালে বেকেট সম্পৰ্কে লিখা প্ৰবন্ধ এটি টাইমছ অৱ ইণ্ডিয়াৰ "Life and Letters" শিতানত মুখ্য প্ৰৱন্ধ হিচাপে প্ৰকাশ পাইছে।

তেওঁ দিয়া গদ'ৰ প্ৰতীক্ষাত বৰ্ণনা সঁচাকৈয়ে মনোমোহা হৈছে। বিশেষকৈ বেকেটৰ দৰ্শন আৰু ব্যক্তিত্ব নাটকখনত কেনেদৰে প্ৰতিফলিত হৈছে, সুন্দৰকৈ প্ৰৱন্ধটোত দেখুওৱা হৈছে। বোধহয় প্ৰথমবাৰৰ বাবে মই শ্যামলালৰ লিখনি আদিৰ পৰা শেহলৈকে পঢ়িছোঁ, সিও একাধিকবাৰ। কথা হ'ল, নাটকখনতকৈও আকৰ্ষণীয়ভাৱে ইয়াৰ মুখ্যচৰিত্ৰ গদ' বেছি বিখ্যাত। যেতিয়া নাটখন পঢ়ি থকা হয় পাঠকে অনবৰতে অনুভৱ কৰি থাকে যে ইয়াৰ পিছৰ যিকোনো মুহূৰ্ততে গদ'ৰ মঞ্চত আবিৰ্ভাৱ হ'ব। কিন্তু গোটেই নাটকখনতে সেইটো কেতিয়াও হৈ নুঠে।

এইবাৰ মোৰ শ্যামলালৰ লিখনি ভাল লাগিছে, সেইটো অপ্ৰাসঙ্গিক কথা নহয়। আচলতে, মই বিশেষভাৱে কাম কৰা গণিতবিজ্ঞানৰ বিষয়টো হৈছে 'ফলনীয় বিশ্লেষণ' (Functional Analysis)। ফলনীয় বিশ্লেষণৰ ভিতৰত যোৱা বিশ বছৰ ধৰি মই যিটো বিষয়ৰ ওপৰত গৱেষণা কৰা আৰু কৰোৱাত আগ্ৰহী হৈ আহিছোঁ, সেয়া হ'ল আজিকালিৰ গণিতৰ উষ্ণ আৰু উৰ্বৰ ক্ষেত্ৰ 'সংকাৰক তত্ত্ব' (Operator Theory)। সংকাৰক তত্ত্ব তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞান, কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞান, ষ্ট'কাষ্টিক প্ৰ'ছেছ, প্ৰযুক্তিবিজ্ঞান আৰু তথ্যবিজ্ঞান আদিত বহলভাৱে ব্যৱহৃত হৈ আহিছে। সংকাৰক তত্ত্বৰ নাটকখনতো তাৰ নিজস্ব এক গদ' আছে, যাৰ অস্তিত্ব বহুতো শক্তিশালী মস্তিষ্কৰ দ্বাৰা অনুভূত হৈছে, অথচ 'যিয়ে' যোৱা চল্লিছ বছৰ ধৰি 'নিজকে' লুকুৱাই ৰাখিবলৈ সক্ষম হৈ আহিছে। 'তেওঁৰ' অস্তিত্ব প্ৰমাণ কৰিবলৈ কৰা যুদ্ধকালীন নেৰানেপেৰা চেষ্টা স্বত্বেও সংকাৰক তাত্ত্বিকসকলে এতিয়ালৈকে 'তেওঁক' মঞ্চত অৱতীৰ্ণ কৰাত সক্ষম হোৱাগৈ নাই। পিচে সংকাৰক তত্ত্বৰ এই গদ' গৰাকীয়েইবা কোন? মোৰ এই প্ৰবন্ধটো সাধাৰণ পাঠক এজনৰ বাবে (গণিতজ্ঞসকলৰ বাবে নহয়) সংকাৰক তত্ত্বৰ এই আকৰ্ষণীয় চৰিত্ৰটোৰ আচৰিত ব্যৱহাৰ আৰু গণিতজ্ঞসকলে কৰা তেওঁৰ অন্বেষণৰ দীঘলীয়া বিচিত্ৰ ইতিহাসৰ বেছি খুটিনাটিলৈ নগৈ চুটিকৈ বৰ্ণনা কৰাৰ উদ্দেশ্যে যুগুতোৱা

হৈছে।

সচৰাচৰ এজন আধুনিক গণিতজ্ঞই এক নিৰ্দিষ্ট গণিতীয় গাঁথনি (স্থান) ৰ পৰীক্ষা-নিৰীক্ষাত ব্ৰতী হয় যিটোৰে তেওঁৰ বাবে সমষ্টি (UNIVERSE) হিচাপে কাম কৰে। জাৰ্মান গণিতজ্ঞ ডেভিড হিলবাৰ্ট (১৮৬২-১৯৩৪)ৰ নামানুসাৰে নামাঙ্কিত 'হিলবাৰ্ট স্থান' এনেকুৱাই এটি গণিতীয় গাঁথনি। একেধৰণৰ আন এটি গাঁথনি হ'ল পোলেণ্ডৰ গণিতজ্ঞ ষ্টিফেন বানাক্ (১৮৯২-১৯৪৫)ৰ নামানুসাৰে জনাজাত 'বানাক স্থান' (তেওঁ অৱশ্যে এনেধৰণৰ স্থানক তেওঁৰ 'Theorie des Operatotions Linearies' (Chelsea, 1932) নামৰ পুথিখনত 'espaces du type B' নামেৰে চিহ্নিত কৰিছিল)। দৰাচলতে, হিলবাৰ্ট স্থান বানাক স্থানতকৈ গণিতৰ দিশৰপৰা বেছি সুন্দৰ আৰু বিশেষত্বপূৰ্ণ আৰু সেয়েহে ইয়াক চৰ্চা কৰাৰ নান্দনিক আকৰ্ষণ বেছি।

এই দুগৰাকী গণিতজ্ঞই উপৰি-উক্ত স্থানসমূহৰ কেৱল অধ্যয়নৰ আধাৰশিলা স্থাপন কৰাই নহয়, এই স্থানসমূহৰ তত্ত্বকো যথেষ্ট দূৰ আগবঢ়াই নিছিল। এই স্থানবোৰৰ জ্যামিতিয়ে বহুতো ফলনীয় বিশ্লেষকক আকৰ্ষিত কৰি আহিছে। আনসকলক ইয়াৰ সংকাৰক তত্ত্বই মুগ্ধ কৰিছে। প্ৰকৃততে এটা স্থানৰ এটি সংকাৰক হ'ল স্থানটোৰ পৰা স্থানটোলৈকেই কিছু বিশেষ ধৰ্মসম্পন্ন এটি ৰূপান্তৰ। এটা সংকাৰকে অৱশ্যে স্থানটোৰ কিছু অংশ অপৰিৱৰ্তিত (invariant) ৰাখিব পাৰে। শূন্যস্থান আৰু সম্পূৰ্ণস্থান যিকোনো তথাকথিত বৈখিক সংকাৰকৰ দ্বাৰা অপৰিৱৰ্তিত থাকে, গতানুগতিকভাবেই। ইহঁতৰ বাহিৰে আন কোনো উপস্থান যদি অপৰিৱৰ্তিত হয়, তেন্তে তেনে উপস্থাপন অগতানুগতিক অপৰিৱৰ্তিত উপস্থান (non-trivial invariant subspace) বোলা হয়। সুনিশ্চিতভাৱে, সংকাৰক তত্ত্বৰ গদ' (আনকি গণিতজ্ঞৰ বাবেও) হ'ল: 'এটা অসীম-মাত্ৰিক (infinite dimensional) বিযোজনীয় (separable) জটিল হিলবাৰ্ট স্থানৰ ওপৰত এটা পৰিবদ্ধ (bounded) বৈখিক সংকাৰক যাৰ কোনো অগতানুগতিক অপৰিৱৰ্তিত উপস্থান নাই'। এনেকুৱা এটি সংকাৰকৰ অস্তিত্বই যোৱা চাৰি দশকজুৰি সমগ্ৰ বিশ্বজোৰা গণিতজ্ঞসকলৰ ঐক্যবদ্ধ প্ৰচেষ্টাক হায়ৰণ কৰি বাগি মাৰি আছে। এই প্ৰচেষ্টাবোৰ অথলে যোৱা নাই যদিও কেৱল আংশিকভাৱেহে ফলৱতী হৈছে। ১৯৮৬ চনৰ ডিচেম্বৰ মাহত দিল্লী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ গণিতবিজ্ঞান বিভাগৰ দ্বাৰা পোন-প্ৰথমবাৰৰ বাবে ভাৰতবৰ্ষত সংকাৰক তত্ত্বৰ এই বিষয়টো আৰু ইয়াৰ সংলগ্ন দিশসমূহৰ সম্পৰ্কত এখন আন্তৰ্জাতিক সন্মিলনৰ আয়োজন কৰা হয়।

এই গোটেই প্ৰচেষ্টাৰ আৰম্ভণি হৈছিল গণিতৰ শেষ সাৰ্বজনীনতাবাদী ভ'ন নইমানৰ জৰিয়তে। তেওঁ দেখুৱাইছিল (অপ্ৰকাশিত) যে যিকোনো হিলবাৰ্ট স্থানৰ প্ৰতিটো অশূন্য সংহত (compact) সংকাৰকৰ কমপক্ষেও এটা অগতানুগতিক অপৰিৱৰ্তিত উপস্থান থাকে। এই সিদ্ধান্তটো প্ৰথম প্ৰকাশিত হয় ১৯৫৪ চনত এন্ এৰ'নডজ্যান আৰু কে টি স্মিথৰ দ্বাৰা (যিহেতু প্ৰবন্ধটো বেছি গণিতীয় কৰিব খোজা নাই, সেয়ে আমি ইয়াত বিতং প্ৰসংগ-সংগতিৰপৰা বিৰত থাকিম)। ১৯৬৬ চনত বাৰ্ণষ্টেইন আৰু ৰবিনছনে অপ্ৰচলিত বিশ্লেষণ (Nonstandard Analysis) তত্ত্বৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰিলে যে উপৰিউক্ত সিদ্ধান্তটো যি কোনো বহুপদীয়ভাৱে সংহত (polynomially compact) সংকাৰকৰ বাবেও সত্য। একে সময়তেই বিখ্যাত গণিতজ্ঞ পি আৰ হেলম'ছেও ইয়াক প্ৰচলিত (Standard) বিশ্লেষণ তত্ত্বৰ দ্বাৰাও প্ৰমাণ কৰি দেখুৱালে। ১৯৬৭ চনত আৰভ্যাচন আৰু ফেল্ডম্যানে এই বিচাৰ্য প্ৰশ্নটো মুখ্যতঃ বাৰ্ণষ্টেইন-ৰবিনছন হেলম'ছৰ কৌশলকেই কিছু মসৃণ কৰি আৰু বেছি সাৰ্বজনীনকৈ উত্থাপন কৰে। মুঠতে এই কথাটো সাব্যস্ত হৈ পৰে যে বহুপদীয়ভাৱে সংহত (polynomially compact) সংকাৰক এটা সংকাৰক তত্ত্বৰ গদ' হব নোৱাৰে।

যি হওক, ১৯৭৬ চনত গণিতৰ পৃথিৱীত এক উল্লেখযোগ্য ঘটনা ঘটে। ভিক্টৰ লম'ন'ছভ নামৰ ৰাছিয়াৰ এজন কমবয়সীয়া গণিতজ্ঞই সংকাৰক তাত্ত্বিকসকলক অবাক কৰি দি প্ৰমাণ কৰি দেখুৱায় যে যিকোনো পৰিৱদ্ধ (bounded) বৈখিক সংকাৰক যিয়ে অশূন্য সংহত (compact) সংকাৰকক সঙ্গী হিচাপে লয় (অৰ্থাৎ তাহাঁতৰ লগত বিনিময় ধৰ্ম মানি চলে), সি গদ'জন হ'ব নোৱাৰে। যিকোনো মানৰ পিনৰ পৰাই লম'ন'ছভৰ কাৰ্য্য গণিতীয় গৱেষণাৰ এটি অতি সুন্দৰ নিদৰ্শন। ই কেৱল এৰ'নডজ্যান-স্মিথ আৰু বাৰ্ণষ্টেছন-ৰবিনছন-হেলমছ কৌশলৰ স্থবিৰতাক ভঙ্গ কৰাই নহয়, আগৰ গোটেইবোৰ সিদ্ধান্তক চেৰ পেলাই বাঞ্ছনীয় সিদ্ধান্তসমূহ আবিষ্কাৰ কৰিবলৈ 'শ্ৰুডাৰ'ৰ স্থিৰ-বিন্দু উপপাদ্যৰ (Fixed Point Theorem) প্ৰয়োগৰ এক অভিনৱ কৌশলৰো জন্ম দিয়ে। তদুপৰি আজিলৈকে লম'ন'ছৰ মূল সিদ্ধান্তটোৰ বৰ্ধন বা সিদ্ধান্তটোৰ তেওঁ দিয়া প্ৰমাণক সৰলতৰ কৰিবলৈ সক্ষম হোৱা নাই, যদিওবা 'বানাক স্থান' প্ৰসঙ্গত গদ'জনৰ অনুসন্ধানৰ কাম ইতিমধ্যে তাৎপৰ্যপূৰ্ণভাৱে আগবাঢ়িছে। গদ'জনে যিকোনো অশূন্য সংহত (compact) সংকাৰকৰ লগত বিনিময় ধৰ্ম মানিব নোৱাৰিব বুলি কৰা লম'ন'ছভৰ প্ৰমাণৰ গুৰুত্ব এইবাবেই ইমান বেছি কাৰণ ইয়াৰ পিছত অনেক প্ৰমুখ গণিতজ্ঞই ভাবিবলৈ আৰম্ভ কৰিছিল যে এই সিদ্ধান্তটোৱেই সংকাৰক তত্ত্বৰ গদ'জনৰ আৱিষ্কাৰৰ পথ প্ৰদৰ্শক হ'বগৈ পাৰে। কিন্তু সেয়া যে অলীক কল্পনা আছিল সেইটো নিশ্চিতভাৱে প্ৰমাণিত হয় ১৯৮০ চনত, যেতিয়া হ্যাডভিন-ৰাঝাভি ৰোজেনথ্যালে কোনো অশূন্য সংহত (compact) সংকাৰকৰ লগত বিনিময় ধৰ্ম মানি নোলোৱা এটা সংকাৰকৰ উদাহৰণ দাঙি ধৰে।

বোধহয় পোন প্ৰথমবাৰৰ বাবে গদ'ই এটিক্ষণৰ বাবে সঁচাকৈ দেখা দিছিল ছুইডেনৰ উপছালাৰ পাৰ্ এনফ্ল' নামৰ এজন যুৱ গণিতজ্ঞক ১৯৭৬ চনত। এনফ্ল' তেতিয়া আছিল বাৰ্কলেৰ কেলিফ'ৰ্ণিয়া বিশ্ববিদ্যালয়ত। টৰ'ণ্ট'ত অনুষ্ঠিত 'আমেৰিকান ম্যাথমেটিকেল ছ'চাইটি'ৰ সেইবাৰৰ বাৰ্ষিক সন্মিলনত অংশগ্ৰহণ কৰি এনফ্ল'ই ঘোষণা কৰিলে যে তেওঁ সঁচাসচিকৈ 'বানাক স্থান' এটাৰ ওপৰত থকা এজন গদ'ক দেখা পাইছে। কিন্তু খুবসম্ভৱ গদ' তেওঁৰ হাতৰ পৰা পিছলি ওলাই গ'ল আৰু তাৰ পাঁচ বছৰ পিছতহে আকৌ এনফ্ল'ৰ হাতত ধৰা দিলে। ১৯৮১ চনত এনফ্ল'ই তেওঁৰ নিবন্ধৰ পাণ্ডুলিপি 'একটা ম্যাথামেটিকা' নামৰ পৃথিৱীৰ অদ্বিতীয় গাণিতিক গৱেষণামূলক আলোচনীখনলৈ প্ৰকাশৰ বাবে পঠিয়ালে আৰু লগে লগে এই বিষয়ত গৱেষণাৰত প্ৰমুখ গণিতজ্ঞসকলৰ মাজত ইয়াৰ প্ৰতিলিপি বিলাই দিলে।

সেই তেতিয়াৰ পৰা এনে কিছুমান অপ্ৰীতিকৰ ঘটনা ঘটিবলৈ ল'লে যিধৰণৰ ঘটনা গণিতৰ ইতিহাসত কাচিৎহে ঘটা দেখা যায়। 'একটা ম্যাথামেটিকা'ত প্ৰকাশৰ বাবে দাখিল কৰা এনফ্ল'ৰ গৱেষণামূলক নিৱন্ধটো পুংখানুপুংখ আৰু নিয়াৰিকৈ লিখা হোৱা নাছিল। লিখনি ইমান জটিল আছিল যে বিচাৰকমণ্ডলীয়ে ইয়াৰ বিষয়বস্তুখিনিৰ প্ৰশংসা কৰিলেও নিবন্ধটো তেওঁলোকে সম্পূৰ্ণৰূপে বুজিব নোৱাৰিলে। ফলস্বৰূপে তেওঁলোকে নিবন্ধটো প্ৰকাশৰ বাবে অনুমোদনো নকৰিলে, ইয়াৰ কোনো ভুল-ক্ৰটিও দাঙি ধৰিব নোৱাৰিলে। অৱশেষত সামান্য সালসলনিৰে সৈতে নিবন্ধটো ১৯৮৫ চনতহে অনুমোদিত হ'ল আৰু মুদ্ৰিত হৈ ওলাল ১৯৮৭ চনত, দাখিল কৰাৰ সুদীৰ্ঘ ছবছৰ পিছত, আমেৰিকান ম্যাথামেটিকেল ছ'চাইটিৰ সন্মিলনত ঘোষণা কৰাৰ এঘাৰ বছৰ পিছত!

এনফ্ল'ৰ নিবন্ধটোৰ অনুমোদন আৰু প্ৰকাশ প্ৰক্ৰিয়াৰ এই অস্বাভাৱিক বিলম্ব (স্বাভাৱিক অৱস্থাত এই প্ৰক্ৰিয়াত সময় লয় এবছৰ বা দুবছৰ) গণিতীয় সমাজৰ ধৰ্তব্য বা কমপক্ষেও সমালোচনাৰ পাত্ৰ নহ'লহেতেন যদিহে সেইখিনি সময়ত আন কোনো দুৰ্ভাগ্যজনক ঘটনা নঘটিলহেতেন। কেমব্ৰিজ বিশ্ববিদ্যালয়ৰ ছি এফ ৰিডে বানাক স্থানৰ এজন গদ' আৱিষ্কাৰ কৰিলে ১৯৮৪ চনত আৰু তেওঁৰ নিবন্ধটো অতি কমদিনৰ ভিতৰতেই (১৯৮৪ চনৰ জুলাই সংখ্যাত) 'বুলেটিন অৱ লণ্ডন ম্যাথামেটিকেল ছ'চাইট'এ প্ৰকাশ কৰিলে। তাৰ কিছুদিনৰ আগতে বাৰ্ণাৰ্ড ব'জ্যামিয়ে বানাক স্থানৰ এজন গদ'ৰ অস্তিত্ব ১৯৮৪ চনৰ ফেব্ৰুৱাৰি মাহত পেৰিছ বিশ্ববিদ্যালয়ত অনুষ্ঠিত ফলনীয় বিশ্লেষণৰ অধ্যয়ন-চক্ৰত প্ৰমাণ কৰি দিয়ে। তেওঁ তেওঁৰ কামখিনি প্ৰকাশৰ বাবে 'ইণ্টিগ্ৰেল ইকুৱেছন এণ্ড অপাৰেটৰ থিয়ৰি'ত দাখিল কৰে আৰু নিবন্ধটো প্ৰকাশিত হয় ১৯৮৫ চনৰ জুন মাহত। উপৰিউক্ত দুয়োখন নিবন্ধৰ কামখিনি এনফ্ল'ৰ বাটকটীয়া কাৰ্যৰ দ্বাৰা অনুপ্ৰেৰিত আৰু প্ৰভাৱিত, দুয়োটা নিবন্ধই এনফ্ল'ৰ নিবন্ধৰ মৌলিক ভাবাৰ্থৰ ওপৰত প্ৰতিষ্ঠিত অথচ এনফ্ল'ৰ নিবন্ধটো তেতিয়াও প্ৰকাশৰ আশা পালি 'এক্টা ম্যাথামেটিকা'ত পৰি আছিল। যি ক্ষেত্ৰত ব'জ্যামিয়ে তেওঁৰ প্ৰবন্ধৰ শিৰোনামতেই উপলব্ধি কৰিছিল যে তেওঁ মূলতঃ এনফ্ল'ৰ ভাবাৰ্থকেই সৰল আৰু মজবুত কৰিবলৈ গৈ আছে, ৰিডে আনকি এনফ্ল'কৃত কাৰ্যৰ অস্তিত্বকো স্বীকাৰ নকৰিলে। ১৯৮৭-৮৮ চনত যেতিয়া এই লেখক ক্লিভল্যাণ্ড ষ্টেট ইউনিভাৰ্ছিটিত আছিল, এখন আলোচনা-চক্ৰত ভাষণ দিবলৈ তাত আহোতে এনফ্ল'ই ব্যক্তিগতভাৱে এই লেখকক কৈছিল যে নিজৰ প্ৰবন্ধ প্ৰকাশ কৰাৰ আগতে ৰিড্ এই বিষয়ত এনফ্ল'ই দিয়া ভাষণত সঁচাকৈ উপস্থিত আছিল।

ব'জ্যামিৰ সদ্যপ্ৰকাশিত পুথি 'Introduction to Operator theory and Invariant subspaces : North Holland, 1988' ৰ পৰা তলৰ উদ্ধৃতিখিনি দিয়া হ'ল: "তেওঁৰ (ৰিডৰ) নিবন্ধটো 'বুলেটিন অৱ লণ্ডন ম্যাথামেটিকেল ছ'চাইটি'ৰ ক্ষিপ্ৰ অনুমোদনৰ আৰু প্ৰকাশনৰ বাবে অপেক্ষাৰত প্ৰবন্ধৰাজিক অতিক্ৰম কৰিবলৈ দিয়া সুবিধাৰ দ্বাৰা উপকৃত হৈছিল, সেয়ে ১৯৮৪ চনৰ জুন মাহত প্ৰকাশিত হৈ ওলাইছিল। একেধৰণৰ সুবিধা আলোচনীখনৰ সম্পাদকসকলে এই লেখকলৈও আগবঢ়াইছিল, কিন্তু সেয়া গৃহীত নহ'ল।" "এনেধৰণৰ পূৰ্ববৰ্তী হ'বলৈ দিয়াটো স্বাভাৱিক কথা নহয় আৰু ই মূৰ ঘমাবলগীয়া কথা নহ'লহেতেন, যদিহে ৰিডে কেবাবাৰো প্ৰশ্নটোৰ সমাধান নিজে দিয়া বুলি অশোভনীয় আৰু সফলভাবে প্ৰতিষ্ঠা কৰাৰ চেষ্টা নকৰিলেহেতেন। এনে ব্যৱহাৰক কঠোৰ ভাষাত নিন্দা কৰিব লাগে, অৱশ্যে মনত ৰাখিব লাগে যে আমি উত্তৰ কালৰ বাবে লিখি আছোঁ।"

এয়াই হ'ল বানাক স্থানৰ গদ'ৰ কাহিনী। কিন্তু সংকাৰক তত্ত্বৰ প্ৰকৃত গদ' 'এটা অসীম বিযোজনীয় (separable) জটিল হিলবাৰ্ট স্থানৰ ওপৰত এটা পৰিবন্ধ (bounded) ৰৈখিক সংকাৰক যাৰ কোনো অগতানুগতিক অপৰিবৰ্তিত উপস্থান নাই' আজিলৈকে অনিত্য হৈয়েই আছে। গণিতজ্ঞসকলৰ এই গদ'জন হ'ব নোৱাৰে বুলি প্ৰমাণ কৰাৰ দিশতহে। এইটো দিশৰপৰা এক উল্লেখনীয় সফলতা হ'ল স্কট্ ব্ৰাউনে ১৯৭৮ চনত কোনো উপাভিলম্ব (subnormal) সংকাৰকে গদ'জনৰ ভাও ধৰিব নোৱাৰে বুলি কৰা প্ৰমাণ। কিন্তু তেনেহ'লে অৱ-অভিলম্ব (hyponormal) সংকাৰক? কোনেও নাজানে। গদ'জনৰ সন্ধান দিনে-নিশাই চলি আছে। গদ'ৰ মুখা খুলিবলৈ গণিতসকলক কিমান দিন লাগিব, যদি সঁচাকৈ তেওঁ আছে, কোনেও ক'ব নোৱাৰে। শঙ্কাজনকভাৱে, বৰ্তমান গণিতজ্ঞসকলৰ হাতত থকা সা-সঁজুলি আৰু কৌশল গদ'ৰ আনকি ঠিকনাৰ সন্ধানত এটি পথ উন্মুক্ত কৰিবলৈও যথেষ্ট নহয়।