টোকাবহী

গণিতত floor function বুলি বস্তু এটা আছে। বস্তুটোৰ ধাৰণাটো সহজ। ই একোটা বাস্তৱ সংখ্যাতকৈ সৰু বা সমান অখণ্ড সংখ্যাটো বুজায়। ইয়াক $floor(n)$ ৰে চিহ্নিত কৰা হয়। যেনে:

$$floor(৭.৫) = ৭$$
$$floor(১২৫.৯) = ১২৫$$
$$floor(৮) = ৮$$
$$floor(-১২৫.৯) = -১২৬$$

আজিৰ পৰা ২২০ বছৰ পূৰ্বে এই বস্তুটো প্ৰথম ব্যৱহৃত হৈছিল। বিভিন্ন কামত ইয়াক লগা হৈ আছে। অৱশ্যে আগতে ইয়াক floor function বুলি কোৱা হোৱা নাছিল আৰু বেলেগ বেলেগ ধৰণে চিহ্নিত কৰা হৈছিল। ১৯৬২ চনত কম্পিউটাৰ বিজ্ঞানী এজনে তেওঁৰ এখন প্ৰগ্ৰেমিঙৰ কিতাপত এই নামটো দিলে, আৰু তাক বুজাবলৈ $\lfloor\ \rfloor$ চিহ্নটো ব্যৱহাৰ কৰিলে। যেনে:

$$\lfloor ৭.৫ \rfloor = ৭$$
$$\lfloor -১২৫.৯ \rfloor = -১২৬$$

এই floor function ৰ লগে লগে ceiling function বোলা বস্তুটোও ব্যৱহাৰ হ'ল। ই একোটা বাস্তৱ সংখ্যাতকৈ ডাঙৰ বা সমান অখণ্ড সংখ্যাটো বুজায়। ইয়াক $ceiling(n)$ ৰে চিহ্নিত কৰা হয়। যেনে:

$$ceiling(৭.৫) = ৮$$
$$ceiling(১২৫.৯) = ১২৬$$
$$ceiling(৮) = ৮$$
$$ceiling(-১২৫.৯) = -১২৫$$

সেই একেজন কম্পিউটাৰ বিজ্ঞানীয়েই সেইখন কিতাপতে এই নামটো দিলে, আৰু তাক বুজাবলৈ $\lceil\ \rceil$ চিহ্নটো ব্যৱহাৰ কৰিলে। যেনে:

$$\lceil ৭.৫ \rceil = ৮$$
$$\lceil -১২৫.৯ \rceil = -১২৫$$

এই দুয়োটাৰে সংজ্ঞা বুজাটো তেনেই সহজ। আনহাতে দুটা বেলেগ বেলেগ নাম হ'লেও ইহঁত দুটাৰ মাজত সংযোগ স্থাপন কৰাটোৰো তেনেই সহজ। কিন্তু ইহঁত জড়িত কিছুমান সম্বন্ধ বহু জটিল। এতিয়াও এইবোৰ নিৰ্ণয়ত মানুহ লাগি আছে। যেনে:

১ তকৈ ডাঙৰ যিকোনো এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা n ৰ বাবে:

$$\left\lfloor \frac{১}{n} \right\rfloor = ০,$$
$$\left\lfloor \frac{১}{n} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{২}{n} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{n}{n} \right\rfloor = ১,$$

কিন্তু,

$$\left\lfloor \frac{n}{n} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n+১}{n} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{k}{n} \right\rfloor = ?$$

য'ত k হ'ল n তকৈ ডাঙৰ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা। ইয়াৰ সূত্ৰটো উলিওৱাটোও বৰ এটা টান নহ'ব। কিন্তু ইয়াৰ প্ৰতিটো পদতে r ক ঘাত হিচাপে ল'লে মান কি হ'ব? অৰ্থাৎ এইটোৰ মান কিমান:

$$\left\lfloor \frac{n}{n} \right\rfloor^r + \left\lfloor \frac{n+১}{n} \right\rfloor^r + \cdots + \left\lfloor \frac{k}{n} \right\rfloor^r.$$

এই r টো স্বাভাৱিক সংখ্যা হ'লে, ইয়াৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব পৰা সূত্ৰ এটা মাথোঁ দুবছৰ পূৰ্বেহে ওলাইছে।

প্ৰথম n টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোগফলৰ সূত্ৰটো মনত আছেনে?

$$\sum_{i=১}^{n} i = \frac{n(n+১)}{২}.$$

সেইদৰে আন দুটা সূত্ৰ চোৱাচোন:

$$\sum_{i=১}^{n} \left\lfloor \sqrt{i} \right\rfloor = \frac{৬n\left\lfloor \sqrt{n} \right\rfloor - ২\left\lfloor \sqrt{n} \right\rfloor^৩ - ৩\left\lfloor \sqrt{n} \right\rfloor^২ + ৫\left\lfloor \sqrt{n} \right\rfloor}{৬},$$

$$\sum_{i=১}^{n} \left\lceil \sqrt{i} \right\rceil = \frac{৬n\left\lceil \sqrt{n} \right\rceil - ২\left\lceil \sqrt{n} \right\rceil^৩ + ৩\left\lceil \sqrt{n} \right\rceil^২ - \left\lceil \sqrt{n} \right\rceil}{৬}.$$

এই ফলন দুটাৰ কিছু বৈশিষ্ট্য আয়ত্ব কৰিবলৈ তোমালোকে প্ৰথমে $\left\lfloor \frac{n-১}{x-১} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{x} \right\rfloor$ ৰ মান কি হ'ব পাৰে তাক নিৰ্ণয় কৰি চাব পাৰা। ইয়াত n টো স্বাভাৱিক সংখ্যা; x টো যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা আৰু যিকোনো মৌলিক সংখ্যা লৈ চাবা।