জনি ভন নয়মেনৰ বাগিচাৰে পদব্ৰজে ভ্ৰমণ

ফ্ৰিমেন ডাইছন • অনুবাদ : প্ৰিয়াংকুশ ডেকা

অনুবাদক: স্নাতকোত্তৰ প্ৰথম বৰ্ষ, পদাৰ্থবিজ্ঞান বিভাগ, ভাৰতীয় প্ৰযুক্তিবিদ্যা প্ৰতিষ্ঠান গুৱাহাটী

যোৱা সংখ্যাৰ ‘গণিত বিকাশ’ত (জানুৱাৰী – মাৰ্চ, ২০২২) তাত্ত্বিক পদাৰ্থবিজ্ঞানী আৰু গণিতজ্ঞ ফ্ৰিমেন ডাইছনৰ (১৫ ডিচেম্বৰ, ১৯২৩ – ২৮ ফেব্ৰুৱাৰি, ২০২০) ‘Birds and Frogs’ শীৰ্ষক প্ৰবন্ধটোৰ (বক্তৃতা) অনুবাদ প্ৰকাশ কৰা হৈছিল, আৰু ডাইছনৰ এটি চমু পৰিচয় দাঙি ধৰা হৈছিল। তেওঁৰ কৰ্মৰাজি কেইবাটাও সুকীয়া বিষয়-বস্তুলৈ প্ৰসাৰিত। স্বচ্ছ, জ্ঞানগৰ্ভ, বিস্তৃত দৃষ্টিভংগীসম্পন্ন লেখাসমূহৰ বাবেও ডাইছন অতি বিখ্যাত।

এই সংখ্যাৰ ‘গণিত বিকাশ’ত ডাইছনৰ ‘A Walk through Johnny von Neumann’s Garden’ শীৰ্ষক প্ৰবন্ধটোৰ অনুবাদ প্ৰকাশ কৰা হৈছে। জন ভন নয়মেনক (২৮ ডিচেম্বৰ, ১৯০৩ – ৮ ফেব্ৰুৱাৰি, ১৯৫৭) অন্তিমজন সৰ্ববিদ্যা বিশাৰদ বুলিও কোৱা হয়।

২০১০ চনত আমেৰিকাৰ ব্ৰাউন বিশ্ববিদ্যালয়ত অনুষ্ঠিত জন ভন নয়মেনৰ কৰ্মৰাজি সম্পৰ্কীয় এলানি বক্তৃতামালাত এই প্ৰবন্ধটো বক্তৃতাৰূপে প্ৰদান কৰা হৈছিল। ডাইছনৰ অসুস্থতাৰ বাবে সেইটো পাঠ কৰিছিল তেওঁৰ পুত্ৰ বৈজ্ঞানিক ইতিহাসবিদ জৰ্জ ডাইছনে। পাছত, বিখ্যাত পত্ৰিকা ‘Notices of the American Mathematical Society’ৰ ২০১৩ চনৰ ফেব্ৰুৱাৰি সংখ্যাত প্ৰবন্ধটো প্ৰকাশ পাইছিল (Freeman Dyson, “A Walk through Johnny von Neumann’s Garden.” *Notices Amer. Math. Soc.* 60 (February 2013), 154-161. © 2013 by the American Mathematical Society.)। ‘গণিত বিকাশ’ত প্ৰকাশৰ উদ্দেশ্যে প্ৰবন্ধটো অসমীয়ালৈ অনুবাদ কৰিবলৈ অনুমতি বিচাৰি ড° মঞ্জিল পি. শইকীয়াই আমেৰিকান মেথমেটিকেল চছাইটিৰ সৈতে যোগাযোগ কৰিছিল। আমেৰিকান মেথমেটিকেল চছাইটিৰ কৰ্তৃপক্ষই সাদৰেৰে অনুমতি প্ৰদান কৰা বাবে কৃতজ্ঞতা জ্ঞাপন কৰিলোঁ।

গণিতৰ আধাৰ

জনি ভন নয়মেনে আব্ৰাহাম তাউবৰ দ্বাৰা সম্পাদিত আৰু সংগৃহীত তেওঁৰ ৰচনাৰাজিৰ ছয়টাকৈ ডাঙৰ খণ্ড এৰি থৈ গৈছে [১]। সংগৃহীত কৰ্মৰাজি তেওঁৰ বাগিচা, য’ত তেওঁ ৰোৱা ডাঙৰ ডাঙৰ আৰু বৈচিত্ৰ্যপূৰ্ণ বস্তুৰ সংগ্ৰহ আছে। ইয়াৰে প্ৰতিটো বস্তুৰেই তেওঁৰ মনলৈ অহা বীজ, ধাৰণা বা সমস্যাৰ পৰা উৎপন্ন হৈছে। তেওঁ ধাৰণাটোৰ বিকাশ সাধন কৰিছিল বা সমস্যাটো সমাধান কৰিছিল, আৰু তাৰপাছত লিখি লৈ তাক প্ৰকাশ কৰিছিল। তেওঁ ক্ষিপ্ৰতাৰে লিখিছিল আৰু প্ৰকাশ কৰিছিল, যাতে ফুলবোৰ তেতিয়াও সতেজ হৈ থাকে। আজি এই পুৰা মোৰ বক্তৃতাটোৰ বাবে মই বাগিচাখনৰ মাজেৰে এবাৰ খোজকঢ়াৰ কথা ভাবিলোঁ, আৰু চাম যে মইনো কি বিচাৰি পাওঁ। সৌভাগ্যক্ৰমে মাত্ৰ দুখন গৱেষণা-পত্ৰহে হাংগেৰীয় ভাষাত লিখিত। ত্ৰিশ বছৰ বয়সত আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰলৈ স্থায়ীভাৱে বসতিৰ বাবে অহাৰ পূৰ্বে তেওঁ প্ৰধানকৈ জাৰ্মান ভাষাত লিখিছিল, আৰু তাৰপাছৰ পৰা ইংৰাজীত লিখিছিল।

জনিয়ে দহ বছৰৰ পৰা ওঠৰ বছৰ বয়সলৈ বুডাপেষ্টৰ

বিখ্যাত লুথেৰাণ হাইস্কুলত শিক্ষাগ্ৰহণ কৰিছিল। তাত তেওঁ অসাধাৰণ শিক্ষক আৰু তাতোকৈও অসাধাৰণ সহপাঠী লগ পাইছিল। সেই সহপাঠীসকলৰ মাজত এগৰাকী আছিল ইউজিন ৱিগনাৰ, যি এজন বিস্ময়কৰ পদাৰ্থবিজ্ঞানী আৰু তেওঁৰ সৈতে জীৱনজোৰা বন্ধুত্ব গঢ়ি উঠিছিল। কিন্তু জনিৰ দেউতাকে বুজি পাইছিল যে লুথেৰাণ হাইস্কুলে জনিক তেওঁৰ প্ৰয়োজনীয় সকলোখিনি দিব পৰা নাছিল। জনিৰ গণিতৰ প্ৰতি এনে এক অনুৰাগ আছিল যি স্কুলখনে শিকাব পৰাতকৈ বহুদূৰ আগুৱাই গৈছিল। সেইবাবে তেওঁৰ দেউতাকে বুডাপেষ্ট বিশ্ববিদ্যালয়ৰ মাইকেল ফেকেটে নামৰ গণিতজ্ঞ এজনক জনিৰ সৈতে ঘৰত পঢ়া-শুনা কৰিবলৈ নিয়োগ কৰিছিল। জনিৰ বাগিচাৰ প্ৰথমটো ফুল হৈছে “On the position of zeroes of certain minimum polynomials”[২] শীৰ্ষক এখন গৱেষণা-পত্ৰ, যিখন তেওঁ ওঠৰ বছৰ বয়সত ফেকেটেৰ সৈতে যুটীয়াভাৱে লিখা। পত্ৰখনৰ শৈলী শুষ্ক আৰু পেচাদাৰী গুণসম্পন্ন। এইখন ইউক্লিডে দুই হাজাৰ বছৰ পূৰ্বে প্ৰতিষ্ঠা কৰি যোৱা পৰম্পৰা অনুসৰি লিখা। গণিতজ্ঞ হিচাপে জনিয়ে লিখা প্ৰায় সকলোখিনিতে ইউক্লিডীয় শৈলী ব্যৱহাৰ হৈছে, এটাও অনৰ্থক শব্দ ব্যৱহাৰ নকৰাকৈ এটাৰ পিছত আনটো তত্ত্ব উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা হৈছে।

যদিও তেওঁৰ প্ৰথম পত্ৰখনৰ বিষয়বস্তু সম্ভৱতঃ ফেকেটেই প্ৰস্তাৱ কৰিছিল, পত্ৰখনৰ শৈলী ইতিমধ্যেই জনিৰ বুলি চিনাক্ত কৰিব পাৰি। এগৰাকী গণিতজ্ঞ হিচাপে জনিৰ অদ্বিতীয় প্ৰতিভা আছিল গণিতৰ সকলো ক্ষেত্ৰৰ সমস্যাক যুক্তিৰ সমস্যালৈ ৰূপান্তৰ কৰা। তেওঁ স্বজ্ঞাৰে সমস্যাবোৰৰ যৌক্তিক সাৰমৰ্ম অনুধাৱন কৰিব পাৰিছিল আৰু তাৰপাছত সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিবলৈ যুক্তিৰ সৰল নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰিছিল। তেওঁৰ প্ৰথমখন পত্ৰই তেওঁৰ চিন্তাশৈলীৰ উৎকৃষ্ট নিদৰ্শন। জ্যামিতিৰ অন্তৰ্গত যেন লগা এটা তত্ত্ব - জটিল চলকৰ কোনো ফলনৰ মান য'ত শূন্য, তেনে বিন্দুৰ সম্ভাব্য স্থান সীমাবদ্ধ ৰখাটোক বিশুদ্ধ যুক্তিৰ এটা বিবৃতিলৈ ৰূপান্তৰ কৰা হৈছে। সকলো জ্যামিতীয় জটিলতা দূৰ হ'ল, আৰু তত্ত্বটোৰ প্ৰমাণ চুটি আৰু সৰল হৈ পৰিল। গোটেই পত্ৰখনত কোনোধৰণৰ অংক নাই, কেৱল আক্ষৰিক সংজ্ঞা আৰু যৌক্তিক নিগমনহে আছে।

বাগিচাখনৰ পৰৱৰ্তী ফুল হৈছে জনিয়ে এককভাৱে লিখা প্ৰথমখন গৱেষণা-পত্ৰ, “On the introduction of transfinite numbers”[৩], যিখন তেওঁ ঊনৈশ বছৰ বয়সত প্ৰকাশ কৰিছিল। পত্ৰখনে দেখুৱায় যে তেওঁৰ কেৰিয়াৰৰ আৰম্ভণিতে যেতিয়া তেওঁ বাহ এৰিবলৈ সাজু হোৱা এটা কণমানি চৰাই আছিল আৰু তেওঁৰ গাণিতিক পাখি মেলিবলৈ প্ৰস্তুত হৈছিল, তেতিয়া তেওঁৰ ক'ত প্ৰৱল আগ্ৰহ আছিল। তেতিয়া আৰু পৰৱৰ্তী পাঁচ বছৰ ধৰি তেওঁৰ প্ৰধান আগ্ৰহ আছিল গণিতৰ যৌক্তিক আধাৰক বুজি উঠা আৰু পুনৰ্নিৰ্মাণ কৰা। তেওঁ সৌভাগ্যৱান আছিল যে তেওঁ দৃশ্যপটত সেই ঐতিহাসিক মুহূৰ্তটোত উপস্থিত হৈছিল যেতিয়া গণিতৰ আধাৰ সম্পৰ্কে বিভ্ৰান্তি সবাতোকৈ বেছি আছিল। ঊনবিংশ শতিকাত জৰ্জ কেণ্টৰে transfinite সংখ্যাৰ এক বিস্ময়কৰ তত্ত্ব সৃষ্টি কৰি, বিচিত্ৰ ধৰণৰ অসীমৰ নিখুঁত সংজ্ঞা আগবঢ়াই গণিতৰ ব্যাপ্তিক বহুল পৰিমাণে বিস্তাৰ কৰিছিল। তাৰপাছত কুৰি শতিকাৰ আৰম্ভণিতে, বাৰ্ট্ৰাণ্ড ৰাছেল আৰু আন সমালোচকে আৱিষ্কাৰ কৰিছিল যে কেণ্টৰৰ তত্ত্বই যৌক্তিক বিসংগতিৰ সৃষ্টি কৰে। ৰাছেলৰ পেৰাডক্সে কেৱল কেণ্টৰে সৃষ্টি কৰা অসীমৰ নতুন জগতখনকে নহয়, ধ্ৰুপদী গণিতৰ প্ৰতিষ্ঠিত ধাৰণাকো সন্দেহৰ আৱৰ্তলৈ নিলে। জনিয়ে ফেকেটেৰ সৈতে হোৱা কথা-বতৰাৰ পৰা আৰু গাণিতিক সাহিত্য পঢ়িবলৈ লোৱাৰ লগে লগে সজাগ হৈ পৰিল যে গণিত এক বিপৰ্য্যয়ৰ স্থিতিত আছে। যিহেতু কেণ্টৰৰ গাণিতিক যুক্তিয়ে যৌক্তিক অবিশ্বাসযোগ্যতাৰ সৃষ্টি কৰিছিল, কোনেও জনা নাছিল যে কেনেকৈ নিৰ্ভৰযোগ্য গণিত আৰু কল্পনাপ্ৰসূত অবান্তৰ কথাৰ মাজৰ সীমাৰেখাডাল টানিব পাৰি। জনিয়ে ঊনৈশ বছৰ বয়সতে সিদ্ধান্ত লৈছিল যে বিপৰ্য্যয়টোৰ মীমাংসা কৰা আৰু গণিতক পুনৰ এক সবল যৌক্তিক আধাৰত দাঙি ধৰাটো তেওঁৰ কাম।

জনিয়ে এককভাৱে লিখা প্ৰথমখন গৱেষণা-পত্ৰৰ প্ৰথম দফাটোত এটাই শাৰী আছে, “এই কৰ্মটিৰ উদ্দেশ্য হৈছে কেণ্টৰৰ ক্ৰমসূচক সংখ্যাৰ (ordinal number) ধাৰণাটোক দ্ব্যৰ্থহীন আৰু সুস্পষ্ট কৰা।” পত্ৰখনৰ অৱশিষ্ট অংশই ক্ৰমসূচক সংখ্যাৰ এক নতুন সংজ্ঞা আগবঢ়াইছে আৰু প্ৰমাণ কৰিছে যে নতুন সংজ্ঞাটোৱেও কেণ্টৰৰ পুৰণি সংজ্ঞাটোৰ নিচিনা একেই ফলাফল দিয়ে। জনিয়ে দাবী কৰা নাই যে কেণ্টৰৰ তত্ত্বৰ পৰা উদ্ভৱ হোৱা বিপৰ্য্যয়টো তেওঁ দূৰ কৰিছে। কেণ্টৰৰ ধাৰণাটোৰ এক তীক্ষ্ণ সংজ্ঞা আগবঢ়াই তেওঁ বিপৰ্য্যয়টোক কেৱল অধিক সূক্ষ্ম ৰূপ দিছে। বিপৰ্য্যয়টোক অধিক সূক্ষ্ম ৰূপ দিয়াৰ অৰ্থ হৈছে ইয়াক বেছি ভালদৰে বুজি উঠা, আৰু ভালদৰে বুজি উঠাই হৈছে ইয়াৰ মীমাংসা কৰাৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰথম পদক্ষেপ।

দুবছৰ পাছত জনিয়ে এককভাৱে লিখা দ্বিতীয়খন গৱেষণা-পত্ৰ, “An axiomatization of set theory”[৪] প্ৰকাশ পাইছিল, যেতিয়া তেওঁ একৈশ বছৰ বয়সীয়া আছিল আৰু বাৰ্লিন বিশ্ববিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰ আছিল। সংহতি তত্ত্বই বস্তুৰ তত্ত্ব আৰু বস্তুৰ সংগ্ৰহ বুজায়, আৰু এই বস্তুবোৰৰ ব্যক্তিগত গুণক অৱজ্ঞা কৰি কেৱল সেইবোৰৰ মাজৰ যৌক্তিক সম্পৰ্ককহে বিবেচনা কৰা হয়। সংহতি তত্ত্বৰ দৃষ্টিভংগীৰ পৰা, আপুনি, মই, তৰা, গ্ৰহ, শব্দ, সংখ্যা – এই গোটেইবোৰ কেৱল মাত্ৰ বস্তু আৰু সকলোকে একেধৰণেই ব্যৱহাৰ কৰা হয়। ইউক্লিডে দুহেজাৰ বছৰ পূৰ্বে জ্যামিতি ব্যাখ্যা কৰা ধৰণেৰেই স্বতঃসিদ্ধকৰণেও (axiomatization) সংহতি তত্ত্বক কেইটামান প্ৰাথমিক স্বীকাৰ্য্যৰ পৰা (যাক তেওঁ স্বতঃসিদ্ধ বুলি কৈছিল) যৌক্তিক নিগমনৰ সহায়ত তত্ত্বটো সাজি উলিয়াই ব্যাখ্যা কৰিব বিচাৰে। জনিয়ে সংহতি তত্ত্বৰ বাবে কেইটামান নতুন স্বতঃসিদ্ধৰ সমষ্টি বিচাৰি পাইছিল। তেওঁ আশা কৰিছিল যে তেওঁৰ নতুন স্বতঃসিদ্ধবোৰে পেৰাডক্সবোৰ এৰাই চলাৰ লগতে গণিতৰ সকলো উপযোগী অংশৰ বাবে এক অপৰিৱৰ্তনশীল যৌক্তিক ভেটি হিচাপে কাম কৰিব পাৰে। কিন্তু তেওঁ ভালদৰে জানিছিল যে তেওঁৰ গণিতৰ অপৰিৱৰ্তনশীল ভেটি কেৱল এক আশাহে আছিল, এক প্ৰমাণিত বাস্তৱ নাছিল।

জনিৰ স্বতঃসিদ্ধৰ উল্লেখনীয় নতুনত্ব আছিল দুটা নতুন প্ৰজাতিৰ বস্তুৰ সূচনা কৰা, যাক তেওঁ 'এটা বস্তু' (one-things) আৰু 'দুটা বস্তু' (two-things) বুলি কৈছিল। বেছি পৰিচিত শব্দ ব্যৱহাৰ কৰিলে হ'ব পৰা সম্ভাব্য ভুল ধাৰণাক এৰাই চলিবলৈ তেওঁ এই বিমূৰ্ত পৰিভাষাকেইটা ব্যৱহাৰ কৰিছিল। জনিৰ ধাৰণাবোৰ সহজে বুজিবলৈ মই এটা-বস্তুৰ বাবে 'সংহতি' আৰু দুটা-বস্তুৰ বাবে 'শ্ৰেণী' নামটো ব্যৱহাৰ কৰিম। গতিকে দুই ধৰণৰ বস্তুৰে সৈতে জনিৰ এক সংহতি তত্ত্বৰ সংস্কৰণ আছিল: সংহতিবোৰ, যিবোৰ কোনো কোনো অৰ্থত সাধাৰণ নিয়মবোৰেৰে একত্ৰিতভাৱে চম্ভালিব পৰাতকৈ বেছি সৰু; আৰু শ্ৰেণীবোৰ, যিবোৰ কোনো কোনো অৰ্থত একত্ৰিতভাৱে চম্ভালিব পৰাতকৈ বেছি ডাঙৰ। স্বতঃসিদ্ধবোৰ এনেভাৱে গঠন কৰা হৈছে যাতে 'সকলো সংহতিবোৰৰ শ্ৰেণী' এক সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ বস্তু হিচাপে থাকে। ই এক শ্ৰেণী কিন্তু সংহতি নহয়। 'সকলো সংহতিৰ সংহতি' বা 'সকলো শ্ৰেণীৰ শ্ৰেণী' – কোনোটোৰেই তত্ত্বটোত অস্তিত্ব নাই। সৰু আৰু ডাঙৰ সংগ্ৰহৰ বাবে পৃথক নাম আৰু নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰা এই সৰল উপায়টোৰ জৰিয়তে জনিয়ে যৌক্তিক পেৰাডক্স পৰিহাৰ কৰি চলিব পাৰিছিল। 'সকলো সংহতিৰ সংহতি' ধাৰণাটো বৰ মুক্তভাৱে ব্যৱহাৰ কৰা বাবে সংহতি তত্ত্বৰ পুৰণি সংস্কৰণত পেৰাডক্সবোৰৰ উৎপত্তি হৈছিল। জনিৰ নতুন সংস্কৰণত এই ধাৰণাটো বাৰণ কৰা হৈছে, কিন্তু 'সকলো সংহতিৰ শ্ৰেণী' ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে, যিয়ে গণিতৰ যৌক্তিক গঠনৰ আৰ্হি দাঙি ধৰিছে। সকলো সংহতিৰ শ্ৰেণীটোৱেই গণিতৰ বিশ্বব্ৰহ্মাণ্ড, যিটো আৰ্হিৰ অধীনত সকলো গাণিতিক সংগ্ৰহ সংজ্ঞাৱদ্ধ হৈছে।

পত্ৰখন লিখাৰ পূৰ্বে জনিয়ে গটিনজেনত ডেভিদ হিলবাৰ্টৰ সৈতে কথা পাতিছিল। হিলবাৰ্ট জনিতকৈ চল্লিছ বছৰ ডাঙৰ আছিল আৰু বিশ্বৰ সবাতোকৈ প্ৰখ্যাত গণিতজ্ঞ আছিল। 'সিদ্ধান্ত সমস্যা' (Entscheidungsproblem) সমাধান কৰি গণিতৰ বিপৰ্য্যয় দূৰীকৰণৰ কাৰ্য্যক্ৰম এটা হিলবাৰ্টে প্ৰবল উদ্যমেৰে প্ৰচাৰ কৰিছিল। সিদ্ধান্ত সমস্যা সমাধান কৰাৰ অৰ্থ আছিল প্ৰতিটো গাণিতিক বিবৃতিৰ সত্যাসত্য নিৰ্ণয় কৰা আনুষ্ঠানিক পদ্ধতি এটা বিচাৰি উলিওৱা। যদি তেওঁ সিদ্ধান্ত সমস্যাটো সমাধান কৰিব পাৰে, তেন্তে এইটো বুজা যাব যে গণিতৰ স্বতঃসিদ্ধবোৰ সংগতিপূৰ্ণ আৰু দ্ব্যৰ্থহীন। সংগতিপূৰ্ণ হোৱাৰ অৰ্থ হৈছে তেওঁলোকে কেতিয়াও এটা বিবৃতি আৰু তাৰ নঞৰ্থক ৰূপটো একেলগে প্ৰমাণ কৰিব নোৱাৰে। দ্ব্যৰ্থহীন হোৱাৰ অৰ্থ হৈছে প্ৰতিটো বিবৃতিৰ বাবে স্বতঃসিদ্ধবোৰে কেৱল বিবৃতিটো বা ইয়াৰ নঞৰ্থক বিবৃতিটোহে প্ৰমাণ কৰে। গণিতজ্ঞসকলৰ আধ্যাত্মিক পিতৃ হিচাপে তেওঁৰ সমস্ত কৰ্তৃত্ব ব্যৱহাৰ কৰি হিলবাৰ্টে ঘোষণা কৰিছিল যে গণিতৰ বিপৰ্য্যয়টো মীমাংসা কৰিবলৈ কেইটামান স্বতঃসিদ্ধ বিচাৰি উলিওৱা প্ৰয়োজন যিবোৰ সংগতিপূৰ্ণ আৰু দ্ব্যৰ্থহীন। গণিত এক সবল যুক্তিপূৰ্ণ আধাৰত তেতিয়াহে অৱস্থান কৰিব যদি প্ৰতিটো অৰ্থপূৰ্ণ গাণিতিক বিবৃতিক সঁচা বা মিছা বুলি প্ৰমাণ কৰিব পৰা যায়।

স্বতঃসিদ্ধকৰণ গৱেষণা-পত্ৰখনৰ শেষত জনিয়ে তেওঁৰ দাবীৰ এক সংক্ষিপ্ত আৰু পৰিমিত সাৰাংশ আগবঢ়াইছে। তেওঁ গণিতৰ বিপৰ্য্যয় মীমাংসা কৰা বুলি দাবী কৰা নাই। তেওঁ কেৱল স্ব-বিৰুদ্ধ নোহোৱা কেইটামান স্বতঃসিদ্ধ উলিয়াই সম্ভাব্য মীমাংসা এটাৰ পথ মুকলি কৰি দিয়া বুলিহে দাবী কৰিছে। তেওঁ প্ৰমাণ কৰা নাই যে তেওঁৰ স্বতঃসিদ্ধবোৰ সংগতিপূৰ্ণ, আৰু তেওঁ প্ৰমাণ কৰা নাই যে সেইবোৰ দ্ব্যৰ্থহীন। বৰ বেছি বিচক্ষণতাৰে নহ'লেও পত্ৰখনৰ শেষৰ দুটা বাক্যত হিলবাৰ্টৰ কাৰ্য্যক্ৰম সম্পৰ্কে সন্দেহ ব্যক্ত কৰি তেওঁ লিখিছে: "আনকি হিলবাৰ্টৰ পদ্ধতিটোও ইয়াত অসহায়। এইক্ষেত্ৰত সমস্যাটো দ্ব্যৰ্থহীনতাক লৈ, সংহতি-তত্ত্বৰ সংগতিক লৈ নহয়। এতিয়া আমি কেৱল চিনিব পাৰোঁ যে সংহতি-তত্ত্বৰ বিপক্ষে আন এক যুক্তি উত্থাপন হৈছে, আৰু আমি আগলৈ পুনৰ্বাসনৰ কোনো পথ দেখা নাই।"

তিনি বছৰ পাছত জনিয়ে গণিতৰ আধাৰ সম্পৰ্কে দুখন অতি দীঘল গৱেষণা-পত্ৰ প্ৰকাশ কৰিছিল। এখন আছিল "On Hilbert's proof theory"[৫]। আনখন আছিল "The axiomatization of set theory"[৬] শিৰোনামাৰে তেওঁৰ পিএইছডিৰ থেছিছ, যিখন ১৯২৫ চনৰ পত্ৰখনৰ পৰিবৰ্দ্ধিত সংস্কৰণ। এই পত্ৰ দুখনে দেখুৱায় যে জনিয়ে তেতিয়াও হিলবাৰ্টৰ কাৰ্য্যক্ৰম অনুসৰি গণিতক উদ্ধাৰ কৰিবলৈ আপ্ৰাণ চেষ্টা চলাইছিল। তেওঁ আগবাঢ়িব পৰা নাছিল। তেওঁ সৰল আৰু ধুনীয়া নতুন স্বতঃসিদ্ধৰ সমষ্টি কেইটামান উলিয়াইছিল। গণিতৰ প্ৰকৃত স্বৰূপ বুজিবলৈ দৰাচলতে এইকেইটাই প্ৰয়োজন আছিল বুলি পাছলৈ কুৰ্ট গডেলে দেখুৱাইছিল। কিন্তু সেইকেইটাৰে কি কৰিব লাগে, সেইটো তেওঁ জনা নাছিল। সেইটো সময়ত, তেওঁ গণিতক উদ্ধাৰৰ চেষ্টা বাদ দিছিল আৰু জীৱনৰ অৱশিষ্ট কালছোৱা আন বিষয়ত মনোনিবেশ কৰিছিল।

আন তিনিটা বছৰৰ পাছত, ১৯৩১ চনত, ভিয়েনাৰ কুৰ্ট

গডেলে দুটা উপপাদ্য প্ৰমাণ কৰিছিল যিয়ে হিলবাৰ্টৰ কাৰ্য্যক্ৰম সম্পূৰ্ণৰূপে উৎখাত কৰিছিল। গডেলে প্ৰমাণ কৰিছিল যে গণিতৰ কোনো স্বতঃসিদ্ধৰ প্ৰণালী এটা দ্ব্যৰ্থহীন হ'ব নোৱাৰে আৰু কোনো স্বতঃসিদ্ধৰ প্ৰণালী সংগতিপূৰ্ণ হ'ব নোৱাৰে। গডেলৰ পাছত, গণিত কেতিয়াও ইউক্লিডৰ দিনৰ পৰা হিলবাৰ্টলৈকে গণিতজ্ঞসকলে কল্পনা কৰি অহা পৰম সত্যৰ একক সংকলন হৈ থাকিব নোৱাৰিলে। গডেলৰ পাছত গণিত মানৰ মনৰ মুক্ত সৃষ্টি হৈ পৰিছিল, য'ত সঁচা-মিছা মানুহৰ ইচ্ছা আৰু পছন্দৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। হিলবাৰ্ট আৰু তেওঁৰ বহু সমসাময়িক লোকৰ বাবে গডেলৰ সৃষ্টি এক দুৰ্যোগ আছিল। গণিতৰ এক একক আৰু সবল আধাৰ গঢ়িবৰ বাবে থকা তেওঁলোকৰ সপোন ভাগি গ'ল। কিন্তু জনিয়ে লগে লগে বুজি পাইছিল যে গডেলৰ দ্বাৰা সৃষ্ট নতুন স্বাধীনতা এটা লাভহে, লোকচান নহয়। জনিয়ে ৰাজহুৱা বক্তৃতা এটাত কৈছিল যে এৰিষ্টটলৰ পাছত গডেলেই শ্ৰেষ্ঠতম যুক্তিবিদ। জনিয়ে দুখ প্ৰকাশ কৰিছিল যে তিনি বছৰ পূৰ্বে তেওঁ নিজেই গডেলৰ আৱিষ্কাৰটো কৰিব নোৱাৰিলে, কিন্তু তেওঁ এই কথাত সুখী হৈছিল যে সংহতি আৰু শ্ৰেণীৰ বাবে পৃথক নাম ব্যৱহাৰ কৰি **১৯২৫** চনত তেওঁ উলিওৱা স্বতঃসিদ্ধ প্ৰণালীক গডেলে ব্যৱহাৰ কৰিছিল। নতুন গণিতৰ আধাৰলৈ এক তাৎপৰ্য্যপূৰ্ণ অৰিহণা আগবঢ়াব পাৰি জনিয়ে গৌৰৱবোধ কৰিছিল।

খেল আৰু কোৱাণ্টা

পৰৱৰ্তী ফুল "Theory of party games"[৭], বাগিচাখনৰ অন্য এক চুকত আছে। বাৰ্লিন বিশ্ববিদ্যালয়ত এগৰাকী শিক্ষক হিচাপে চৌবিশ বছৰ বয়সতে জনি এগৰাকী পেচাদাৰী গণিতজ্ঞ হৈ পৰিছিল। তেওঁ বাৰ্লিনৰ নৈশজীৱন উপভোগ কৰিছিল। তাচ আৰু বাকাৰাৰ[1] দৰে খেলৰ যুক্তি সম্পৰ্কে প্ৰৱল কৌতুহলী হৈছিল, যিবোৰ খেলত ফলাফলটো ভাগ্য আৰু দক্ষতাৰ এক মিশ্ৰণৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। এনেধৰণৰ খেল জিকাৰ সৰ্বাধিক সম্ভাৱনা থাকিবলৈ এগৰাকী খেলুৱৈৰ বাবে কোনো যুক্তিপূৰ্ণ কৌশল আছেনে নাই, সেই প্ৰশ্নটো ফৰাছী গণিতজ্ঞ এমিল বৰেলে উত্থাপন কৰিছিল। বৰেলে প্ৰশ্নটো কৰিছিল, কিন্তু ইয়াৰ উত্তৰ দিব পৰা নাছিল। জনিয়ে ইয়াৰ উত্তৰটো বিচাৰি পাইছিল, যিটো এক জটিল গাণিতিক উপপাদ্য আছিল। মাত্ৰ দুগৰাকী খেলুৱৈয়ে অংশ লোৱা খেল এখনৰ বাবে এনে এক একক কৌশল আছে যিয়ে দুয়োগৰাকীকে গড় হিচাপত সৰ্বোৎকৃষ্ট ফল দিয়ে। গণনাৰ সমস্যা এটা যুক্তিৰ সমস্যালৈ সলনি কৰা এনে এক কৌশলৰ যে অস্তিত্ব আছে, তাৰ প্ৰমাণটো জনিৰ শৈলীৰ আন এক উৎকৃষ্ট উদাহৰণ।

ফলপ্ৰসূ পদ্ধতিৰ বাবে সাধাৰণতে বৃহৎ পৰিমাণৰ যাদৃচ্ছিকতাৰ প্ৰয়োজন যাতে খেলুৱৈ কেইজনৰ সঞ্চালন সম্পূৰ্ণ অননুমেয় হয়। ক খেলুৱৈজনে কেনেদৰে সঞ্চালন কৰিব সেই সিদ্ধান্ত ল'বলৈ পাশাগুটি দলিয়াব লাগিব যাতে ক খেলুৱৈজনে কি কৰিব তাৰ পূৰ্বানুমান কৰি খ খেলুৱৈজনে জিকিব নোৱাৰে। তাচখেলত কেতিয়াবা পাশাগুটি দলিওৱাৰ সময়ত ক খেলুৱৈজনে অনভিজ্ঞ হাতৰ ওপৰত বাজী ৰখা প্ৰয়োজন, যিটোক ভুৱাবাজি (bluffing) বুলি কোৱা হয়। যদি ক খেলুৱৈজনে কেতিয়াও ভুৱাবাজি নকৰে, খ খেলুৱৈজনে ক খেলুৱৈজনৰ তাচপাতৰ শক্তি বেছি শুদ্ধতাৰে অনুমান কৰি জিকিব পাৰে। জনিয়ে পত্ৰখনৰ শেষত লিখিছে, "সফল জুৱাখেলৰ আনুমানিক নিয়মৰ সৈতে গাণিতিক ফলাফলৰ সাদৃশ্যক, উদাহৰণস্বৰূপে তাচখেলত ভুৱাবাজিৰ প্ৰয়োজনীয়তাক আমাৰ তত্ত্বৰ ব্যৱহাৰিক প্ৰমাণ বুলি গণ্য কৰিব পাৰি।"

তিনি বা ততোধিক খেলুৱৈৰ খেলৰ বাবে জনিয়ে সমস্যাটোৰ তেনে কোনো সন্তোষজনক সমাধান পোৱা নাছিল। তিনিজনীয়া খেলৰ ক্ষেত্ৰত জিকাৰ সম্ভাৱনা বঢ়াবলৈ ক খেলুৱৈজনে খ খেলুৱৈজনক ভেটী দিব লাগিব বা গ খেলুৱৈজনৰ সৈতে মিত্ৰতা কৰাৰ ভাবুকি দিব লাগিব। খেলুৱৈসকলে বিজেতা ক আৰু খ ৰ ভূমিকাৰ বাবে প্ৰতিদ্বন্দ্বিতা কৰিব লাগিব, আৰু পৰাজিত হোৱা 'গ'ৰ ভূমিকা এৰাই চলিবলৈ চেষ্টা কৰিব লাগিব। প্ৰতিযোগিতাখনৰ ফলাফল নিজস্ব ইচ্ছাশক্তি বা দ্বেষৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰিব, গণিতৰ ওপৰত নকৰে। তিনিজনীয়া খেলখন সম্পৰ্কে চৰ্চাৰ শেষত জনিয়ে কৈছে, "সুশৃংখলিত আৰু সমতাপূৰ্ণ দুজনীয়া খেলৰ ক্ষেত্ৰত সম্পূৰ্ণৰূপে অনুপস্থিত থকা নিৰ্ণায়ক কাৰকটো হৈছে প্ৰতিদ্বন্দ্বিতা।"

বাগিচাখনৰ অন্য এক কোণত এটা সৰু ফুল অকলশৰে আছে, যিটো হৈছে "The division of an interval into a denumerable infinity of identical parts"[৮] নামেৰে এখন চুটি গৱেষণা-পত্ৰ। পলিছ গণিতজ্ঞ হিউগ' ষ্টেইনহাউছে উত্থাপন কৰা সমস্যা এটা এই পত্ৰখনে সমাধান কৰিছে। দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধৰ পাছত মই আমেৰিকাত ষ্টেইনহাউছক লগ পাইছিলোঁ। যুদ্ধৰ সময়ত পোলেণ্ডৰ পৰা ওলোৱা অসাধাৰণ গণিতজ্ঞসকলৰ মাজৰ পৰা বাচি যোৱা অতি কমসংখ্যক গণিতজ্ঞৰ মাজত তেওঁ এজন আছিল। ইয়াৰে আধা সংখ্যক ইহুদী আৰু আধা অনা-ইহুদী আছিল। দুয়োটা শ্ৰেণীৰেই বাচি থকাৰ সম্ভাৱনা প্ৰায় সমান আছিল। কাৰণ দেশান্তৰিত হোৱাসকলৰ অধিকাংশই ইহুদী আছিল আৰু পোলেণ্ডত বাচি যোৱা গোটেইকেইজন অনা-ইহুদী আছিল। জনিয়ে ষ্টেইনহাউছৰ সমস্যাটো ক্ষিপ্ৰতাৰে সমাধান কৰিছিল আৰু পাছলৈ কেতিয়াও ঘূৰি চোৱা নাছিল। তেওঁ

[1] Baccarat – এবিধ তাচৰ জুৱাখেল।

প্ৰমাণ কৰা তত্ত্বটো স্ব-বিৰোধী আছিল। এই প্ৰমাণটো চমৎকাৰী। তত্ত্বটো এক অন্তৰালত থকা বিন্দুবোৰৰ সংহতি সম্পৰ্কে। অন্তৰালৰ অৰ্থ হৈছে এডাল সৰলৰেখাৰ এক সীমিত অংশ। গণিব পৰা (denumerable) অসীম বুলিলে বস্তুৰ এক সংহতি বুজায় যাক ১, ২, ৩, . . . ৰ পৰা একেবাৰে অসীমলৈকে পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰেৰে বুজাব পাৰি। তত্ত্বটোৱে কয় যে S১, S২, S৩, . . . এনেকৈ কিছুমান বিন্দুৰ সংহতি আছে; আৰু ইয়াৰ এইকেইটা বৈশিষ্ট্য আছে: (১) অন্তৰালটোত থকা প্ৰতিটো বিন্দু কেৱল এটা Sj ৰ অন্তৰ্গত। (২) Sj সংহতিবোৰ স্থানৰ বাহিৰে আন সকলো দিশৰ পৰা অবিকল, প্ৰতিটো Sj আন এটাৰ পৰা সৰলৰেখাডালত কিছু দূৰ স্থানচ্যুত কৰি আহৰণ কৰা হৈছে।

তত্ত্বটো স্ব-বিৰোধী কিয়নো Sj সংহতিবোৰ মনতে আঁকি লোৱাটো অসম্ভৱ। Sj সংহতিটোৰ বিন্দুবোৰ শেষৰফালে কেনেদৰে সজোৱা হৈছে যদি তুমি কল্পনা কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা, তুমি বিফল হ'বা। তুমি কৃতকাৰ্য্য হ'ব নোৱাৰা কাৰণ সংহতিবোৰ অপৰিমাপনীয়। অপৰিমাপনীয় বিন্দুৰ সংহতি আজিলৈকে কোনেও কল্পনা কৰিব পৰা নাই। অপৰিমাপনীয় সংহতিবোৰক জ্যামিতিৰ পৰিচিত কোনো সঁজুলি ব্যৱহাৰ কৰি গঠন কৰিব নোৱাৰি। জনিয়ে কৰা উপপাদ্যটোৰ প্ৰমাণ বিস্ময়কৰ কিয়নো ই সম্পূৰ্ণ বিমূৰ্ত। আনকি তেওঁ কেতিয়াও Sj সংহতিবোৰৰ জ্যামিতিৰ কথা উল্লেখ কৰা নাই। তেওঁ সেইবোৰৰ আকৃতি বা গঠন সম্পৰ্কে কোনো শুংসূত্ৰ দিয়া নাই। তেওঁ ইয়াক বিশুদ্ধ যুক্তিৰ বিবৃতিলৈ ৰূপান্তৰ কৰি আৰু বিশুদ্ধ যুক্তিৰে বিবৃতিটো প্ৰমাণ কৰি সেইবোৰৰ অস্তিত্ব প্ৰমাণ কৰিছে। এই সৰু পত্ৰখনেই জনিৰ শৈলীৰ সবাতোকৈ স্পষ্টতম প্ৰকাশ।

বাৰ্লিনত থকা দিনবোৰত জনিয়ে সঘনাই গটিনজেনলৈ গৈছিল য'ত হাইজেনবাৰ্গে শেহতীয়াকৈ কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞান উদ্ভাৱন কৰিছিল। হিলবাৰ্ট আছিল কৰ্তৃত্বশীল গণিতজ্ঞ। হিলবাৰ্ট কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ প্ৰতি অত্যন্ত আগ্ৰহী আছিল, আৰু তেওঁ গণিতজ্ঞ আৰু পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলে সহযোগিতা কৰাত উদগণি যোগাইছিল। হিলবাৰ্টৰ দৃষ্টিত কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞান বেমেজালিপূৰ্ণ আছিল। হাইজেনবাৰ্গক কঠোৰ গণিতৰ ব্যৱহাৰ প্ৰয়োজন হোৱা নাছিল আৰু ইয়াক শিকাৰো কোনো ইচ্ছা নাছিল। ডিৰাকে তেওঁৰ বিখ্যাত ডেলটা-ফলন মুক্তভাৱে ব্যৱহাৰ কৰিছিল, যাৰ সংজ্ঞা এক গাণিতিকভাৱে উদ্ভট ৰূপত দিয়া হৈছে: এটা একক বিন্দুত মান অসীম আৰু আন সকলোতে শূন্য। যেতিয়া হিলবাৰ্টে ডিৰাকক জনাইছিল যে ডেলটা-ফলনে গাণিতিক স্ববিৰোধিতাৰ সৃষ্টি কৰিব পাৰে, ডিৰাকে উত্তৰ দিছিল, "মই গাণিতিক স্ববিৰোধিতালৈ গৈছোঁ নেকি?" ডিৰাকে জানিছিল যে কোৱাণ্টাম প্ৰক্ৰিয়াসমূহৰ গণনাৰ বাবে তেওঁৰ ডেলটা-ফলনটো ভাল সঁজুলি, আৰু তেওঁক মাত্ৰ সেইটোৱেই লাগিছিল। বিছ বছৰ পাছত লৰেঞ্জ্ স্বাৰ্জে ডেলটা-ফলনৰ বাবে এক কঠোৰ আধাৰ নিৰ্মাণ কৰিছিল আৰু প্ৰমাণ কৰিছিল যে ডিৰাক শুদ্ধ আছিল। ইয়াৰ মাজতে জনিয়ে হিলবাৰ্টৰ সৈতে কাম কৰিছিল আৰু বেমেজালিবোৰ আঁতৰাই এশ্ৰেণী গৱেষণা-পত্ৰ লিখিছিল। বহু বছৰ ধৰি কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানেই জনিৰ মূল আকৰ্ষণ আছিল। ১৯৩২ চনত তেওঁ 'Mathematical Foundations of Quantum Mechanics'[৯] নামৰ কিতাপখন প্ৰকাশ কৰিছিল, যিয়ে তেওঁৰ বাগিচাখনৰ এক বুজন অংশ আগুৰি আছে।

জনিৰ কিতাপখনেই কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ প্ৰথম প্ৰদৰ্শনী আছিল যিয়ে তত্ত্বটোক গাণিতিকভাৱে মান্য কৰি তুলিলে। ধাৰণাবোৰ কঠোৰভাৱে সংজ্ঞায়িত কৰা হৈছিল আৰু পৰিণামবোৰ কঠোৰভাৱে নিৰ্ণয় কৰা হৈছিল। কিতাপখনৰ বেছিখিনি অংশই মৌলিক কৰ্ম আছিল, বিশেষকৈ কোৱাণ্টাম পৰিসংখ্যাবিজ্ঞান আৰু গণনা তত্ত্বৰ অধ্যায়বোৰ। ১৯৪৬ চনত যেতিয়া মই এগৰাকী বিশুদ্ধ গণিতজ্ঞ আছিলোঁ, কিন্তু ইতিমধ্যে মোৰ ধ্যান পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ দিশে নিয়াৰ প্ৰয়াস কৰিছিলোঁ, তেতিয়াই মই কিতাপখন পঢ়িছিলোঁ। কিতাপখন মোৰ বৰ কামত আহিছিল। ই মোক মোৰ লাগতিয়ালখিনি যোগান ধৰিছিল, তত্ত্বটোৰ এক গাণিতিকভাৱে নিখুঁত বৰ্ণনা দিছিল। পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলে দায়িত্বহীনভাৱে উল্লেখ নকৰাকৈ থকা সৰু সৰু কথাবোৰ ব্যাখ্যা কৰিছিল। কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ বিষয়ে মই যিমানখিনি জানো, তাৰ অধিকাংশ মই সেই কিতাপখনৰ পৰাই শিকিছিলোঁ। কিন্তু তাৰপাছত, মই পদাৰ্থবিজ্ঞানলৈ আহি পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ সাম্প্ৰতিক জাৰ্নেলবোৰ পঢ়িবলৈ আৰম্ভ কৰাৰ পাছত, মই দেখি আচৰিত হৈছিলোঁ যে পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ জাৰ্নেলবোৰত কোনেও কাহানিও জনিৰ কিতাপখন উদ্ধৃত কৰা নাই। পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলৰ বাবে জনিৰ কোনো অস্তিত্ব নাছিল। অৱশ্যে জনিৰ কৰ্মৰাজিৰ প্ৰতি তেওঁলোকৰ অৱজ্ঞা আংশিকভাৱে এক ভাষিক সমস্যা আছিল। এই কিতাপখন জাৰ্মান ভাষাত লিখা হৈছিল, আৰু ইয়াৰ প্ৰথম ইংৰাজী অনুবাদ ১৯৫৫ চনতহে প্ৰকাশ পাইছিল। কিন্তু মই ভাবো যে কিতাপখন ইংৰাজী ভাষাত উপলব্ধ থাকিলেও ১৯৪০ৰ দশকৰ পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলে ইয়াত বৰ আগ্ৰহ নেদেখুৱালেহেঁতেন। সেই সময়ছোৱাত পদাৰ্থবিজ্ঞান আৰু গণিতৰ জগতখন বৰ বিচ্ছিন্ন আছিল। পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ জগতখন অপেনহেইমাৰৰ দৰে লোকে আধিপত্য চলাইছিল যিয়ে কবি আৰু কলা ইতিহাসবিদৰ সৈতে বন্ধুত্ব কৰিছিল কিন্তু বিশুদ্ধ গণিতজ্ঞৰ সৈতে কৰা নাছিল। গণিতৰ জগতখনত বহবাকী গোটে প্ৰভাৱ বিস্তাৰ কৰিছিল, যিয়ে সম্পূৰ্ণ বিমূৰ্ত নোহোৱা সকলো বস্তু গণিতৰ পৰা আঁতৰাই পেলাব বিচাৰিছিল। চি পি স্ন'ৱে দুই সংস্কৃতি– বিজ্ঞান আৰু মানৱিকী অধ্যয়নৰ (humanities) মাজত থকা প্ৰভেদ সম্পৰ্কে তেওঁৰ বিখ্যাত বক্তৃতাত বৰ্ণনা কৰাৰ নিচিনাকৈয়ে পদাৰ্থবিজ্ঞান আৰু গণিতৰ

মাজতো সিমানখিনি প্ৰভেদ আছিল। জনি সেই অতি কমসংখ্যক লোকৰ মাজৰ এজন আছিল যিয়ে পদাৰ্থবিজ্ঞান আৰু গণিত, আৰু লগতে বিজ্ঞান আৰু মানৱিকী অধ্যয়ন – এই চাৰিওটা সংস্কৃতিতে স্বচ্ছন্দ্য অনুভৱ কৰিছিল।

কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ জনিৰ সংস্কৰণত কেন্দ্ৰীয় ধাৰণা হৈছে বিমূৰ্ত হিলবাৰ্ট স্থান। হিলবাৰ্ট স্থান এক অসীম মাত্ৰাৰ স্থান য'ত কোৱাণ্টাম দশাবোৰ (phase) ভেক্টৰ আৰু দৃশ্যমান ৰাশিবোৰ ৰৈখিক সংকাৰক। কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানে উপযোগী কৰি তোলাৰ বহু পূৰ্বেই হিলবাৰ্টে হিলবাৰ্ট স্থানৰ সংজ্ঞা দিছিল আৰু অন্বেষণ কৰিছিল। হিলবাৰ্ট স্থানৰ অপ্ৰত্যাশিত কাৰ্য্যকাৰিতা এইবাবেই সম্ভৱ হৈছে যে কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ সমীকৰণবোৰ ইয়াত নিখুঁতভাবে ৰৈখিক। সংকাৰকবোৰে ৰৈখিক বীজগণিত গঠন কৰে, আৰু দশাবোৰ বীজগণিতৰ ৰৈখিক প্ৰদৰ্শনৰ গোটত (multiplet) সজাব পাৰি। জনিয়ে পদাৰ্থবিজ্ঞানৰ সমস্যাবোৰ বিমূৰ্ত আৰু সাধাৰণ ভাষাত সূত্ৰবদ্ধ কৰি ভাল পাইছিল। সেইবাবে তেওঁ কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানক হিলবাৰ্ট স্থানত ৰৈখিক সংকাৰকৰ বলয়বোৰৰ তত্ত্ব হিচাপে সূত্ৰবদ্ধ কৰিছিল। এটা বলয়ৰ অৰ্থ হৈছে এশ্ৰেণীৰ সংকাৰক যিবোৰ একেলগে যোগ, বিয়োগ বা পূৰণ কৰিব পাৰি; কিন্তু হৰণ কৰিব নোৱাৰি। কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ নীতি মানি চলা যিকোনো ভৌতিক প্ৰক্ৰিয়াক সংকাৰকৰ বলয় এটাৰে বৰ্ণনা কৰিব পাৰি। কোৱাণ্টাম প্ৰক্ৰিয়াৰ কিমান প্ৰকাৰ থাকিব পাৰে, তাক নিৰ্ণয় কৰিবলৈ জনিয়ে সংকাৰকৰ বলয় সম্পৰ্কে অধ্যয়ন কৰিছিল।

জনিয়ে তেওঁৰ কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ কিতাপখন প্ৰকাশ কৰাৰ পাছত সংকাৰকৰ বলয় সম্পৰ্কীয় তত্ত্ব বিকাশ কৰিবলৈ কেইবাবছৰ ধৰি অধ্যয়ন অব্যাহত ৰাখিছিল। তেওঁৰ ৰচনা-সমগ্ৰৰ তৃতীয় খণ্ডটোত কেৱল সংকাৰকৰ বলয় সম্পৰ্কীয় গৱেষণা-পত্ৰ অন্তৰ্ভুক্ত হৈছে। সৰ্বমুঠ পাঁচ শতাধিক পৃষ্ঠাৰে সৈতে তেওঁ সাতখন দীঘলীয়া গৱেষণা-পত্ৰ প্ৰকাশ কৰিছিল। আজি পুৰা মই এই দীঘলীয়া গৱেষণা-পত্ৰবোৰৰ কথা আলোচনা নকৰোঁ। ইয়াত বিশুদ্ধ গণিতজ্ঞ হিচাপে জনিৰ সবাতোকৈ গভীৰতাপূৰ্ণ গৱেষণা-পত্ৰসমূহ সন্নিৱিষ্ট হৈছে। তেওঁ প্ৰমাণ কৰিছিল যে প্ৰতিটো সংকাৰকৰ বলয় লঘুকৰণ-অসাধ্য বলয়ৰ প্ৰত্যক্ষ পূৰণফল, যিবোৰক তেওঁ উৎপাদক বুলি কৈছিল। তেওঁ প্ৰমাণ কৰিছিল যে পাঁচ প্ৰকাৰৰ উৎপাদক আছে, ইয়াৰে কেৱল দুটা পূৰ্বৰ পৰা জ্ঞাত। প্ৰতিটো প্ৰকাৰৰে একক আৰু অপ্ৰত্যাশিত বৈশিষ্ট্য আছে। সংকাৰকৰ বলয়ৰ মহাসাগৰখন অন্বেষণ কৰাৰ পাছত তেওঁ নতুন মহাদেশ কিছুমান দেখা পাইছিল, যিবোৰ পুংখানুপংখভাবে জৰীপ চলাবলৈ তেওঁৰ সময় নাছিল। তেওঁ নতুন উৎপাদক তিনিটাৰ অধ্যয়ন অসমাপ্ত ৰূপত এৰি গৈছিল। তেওঁ এদিনাখন সংকাৰকৰ বলয় সম্পৰ্কীয় তেওঁৰ কৰ্মৰাজিৰ সৰ্বাত্মক ৰূপ এটা প্ৰকাশ কৰি উলিওৱাৰ পৰিকল্পনা কৰিছিল। চিবেলিয়াছৰ অষ্টম চিম্ফনীৰ নিচিনাকৈয়ে এই সৰ্বাত্মক ৰূপটোও অলিখিত অনুপম কীৰ্তি হিচাপে থাকি গ'ল।

মোৰ ফুলৰ তালিকাখনত কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ কিতাপখনেই শেষ বস্তু যিখন জনিয়ে জাৰ্মান ভাষাত প্ৰকাশ কৰিছিল। এইখন ১৯৩২ চনত প্ৰকাশ পাইছিল, যেতিয়া তেওঁ বাৰ্লিন আৰু প্ৰিন্সটনৰ মাজত সমানে সময় দিছিল। একেটা বছৰতে তেওঁ ইংৰাজী ভাষাত গৱেষণা-পত্ৰ প্ৰকাশ কৰিবলৈ লৈছিল। ইংৰাজীত প্ৰকাশিত তেওঁৰ প্ৰথম পত্ৰসমূহৰ এখন আছিল, "Proof of the quasi-ergodic hypothesis"[১০]। এইখন তেওঁ 'Proceedings of the National Academy of Sciences'ত প্ৰকাশ কৰিছিল যাতে তেওঁ সুনিশ্চিত হয় যে আমেৰিকান গণিতজ্ঞসকলেও পত্ৰখন পঢ়িব পাৰে। কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ সমস্যা সমাধান কৰিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা হিলবাৰ্ট স্থানৰ একেটা ধাৰণা ব্যৱহাৰ কৰি তেওঁ এই পত্ৰখনত ধ্ৰুপদী বলবিজ্ঞানৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ সমস্যা এটা সমাধান কৰিছিল। এটা ধ্ৰুপদী গতিশীল প্ৰক্ৰিয়াক 'এৰগ'ডিক' (ergodic) বুলি কোৱা হয় যদি আমি ইয়াক এক প্ৰাৰম্ভিক স্থানত ৰাখি অসীম সময়ৰ বাবে অকলে এৰি দিয়াৰ পাছত ই প্ৰাৰম্ভিক স্থানৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰা কোনো যাদৃচ্ছিক অন্তিম স্থান এটালৈ আহে। জনিয়ে প্ৰমাণ কৰিছিল যে কিছুমান স্পষ্টভাবে নিৰ্ধাৰিত অৱস্থাত, প্ৰক্ৰিয়া এটা কেৱল তেতিয়াহে এৰগ'ডিক হয় যেতিয়া 'গতিৰ ধ্ৰুৱক' (constant of the motion) নাথাকে। 'গতিৰ ধ্ৰুৱক'ৰ অৰ্থ হৈছে প্ৰক্ৰিয়াটোৰ অৱস্থাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল এনে এটা ৰাশি যাৰ মান প্ৰক্ৰিয়াটো সময়ৰ লগত আগবঢ়াৰ লগে লগেও সলনি নহয়। পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলে সাধাৰণতে যিবোৰ স্বীকাৰ্য্য ধ্ৰুপদী পাৰিসাংখ্যিক বলবিজ্ঞান ব্যৱহাৰ কৰি ধৰি লয়, জনিৰ তত্ত্বই তাৰ বাবে এক সবল গাণিতিক আধাৰ আগবঢ়ায়। পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলে ব্যৱহাৰ কৰা শিথিল অনুবাদত, এই তত্ত্বটোৰ মতে এক দীঘলীয়া সময়ত প্ৰক্ৰিয়াটোৰ কোনো একক গতিপথৰ সময়-গড়ৰ মান সকলো গতিপথৰ পাৰিসাংখ্যিক গড়ৰ সমান। তাতোকৈয়ো শিথিল ভাষাত, পদাৰ্থবিজ্ঞানীসকলে কয় যে সময়-গড়ৰ মান সমষ্টি (ensemble) গড়ৰ সমান, আৰু আমি 'সমষ্টি' (ensemble) শব্দটোৰে প্ৰক্ৰিয়াটোৰ সকলো দশাৰ সংহতিক বুজাওঁ।

'Proceedings of the National Academy'ত জনিৰ গৱেষণা-পত্ৰখন পঢ়া আমেৰিকান গণিতজ্ঞসকলৰ মাজৰ এজন আছিল গাৰেট বিৰখভ। গাৰেট বিৰখভ আছিল জৰ্জ বিৰখভৰ পুত্ৰ। পিতৃ আৰু পুত্ৰ উভয়ে বিখ্যাত গণিতজ্ঞ আছিল। গাৰেট আৰু জনি ঘনিষ্ঠ বন্ধু হৈ পৰিছিল, আৰু গাৰেটে তেওঁক লগ কৰিবলৈ সঘনে প্ৰিন্সটনলৈ আহিছিল। জনিৰ মৃত্যুৰ পাছত জনিয়ে ১৯৩০ৰ দশকত কৰা কাম সম্পৰ্কে গাৰেটে

স্মৃতিচাৰণমূলক লেখা এটা লিখিছিল। গাৰেটৰ লেখাটোৰ পৰা ইয়াত এটা বাক্য আগবঢ়ালোঁ, "ভন নয়মেনৰ ক্ষুৰধাৰ চিন্তাৰ অবিস্মৰণীয় সাঁচ পাব বিচৰাসকলে কেৱল মাত্ৰ তেওঁৰ নিখুঁত চিন্তাৰ শৃংখলটো অনুসৰণ কৰাৰ চেষ্টা কৰিলেই হ'ল। ইয়াত এই কথাটো বিবেচনা কৰিব লাগিব যে প্ৰায়ভাগ সময়তে প্ৰাতঃভোজনৰ পূৰ্বে ঢিলা সাজ পিন্ধিয়েই বৰঘৰৰ পঢ়া মেজত বহি ইয়াৰ পাঁচটা পৃষ্ঠা লিখা হৈছিল।"

হিলবাৰ্ট স্থানত সংকাৰক সম্পৰ্কে জনিৰ চিন্তাধাৰাৰ সৰু প্ৰশাখা আছিল তেওঁ উদ্ভাৱন কৰা অবিচ্ছিন্ন জ্যামিতি। এই নতুন প্ৰকাৰৰ জ্যামিতিত উপস্থানৰ মাত্ৰা এক নিৰৱচ্ছিন্ন চলক। তেওঁৰ বাগিচাত "Continuous geometry"[১১] আৰু "Examples of continuous geometries"[১২] আদি কেইখনমান সৰু গৱেষণা-পত্ৰ পোৱা যায়। ১৯৩৬ চনত জনিয়ে প্ৰিন্সটনত থিতাপি লোৱাৰ পাছত এই পত্ৰকেইখন প্ৰকাশ পাইছিল। জনিয়ে আৰম্ভণিতে লিখিছে, "আমি কেৱল স্বতঃসিদ্ধকেইটা, তাৰ ওপৰত কিছু মন্তব্য, আৰু তাৰ পিছত মূল সংজ্ঞা আৰু ফলাফলসমূহ আগবঢ়াম। অতি শীঘ্ৰে গাণিতিক সাময়িকী পত্ৰিকা (periodical) এখনত এই সম্পৰ্কে সবিস্তাৰে প্ৰকাশ পাব।" এই প্ৰতিশ্ৰুতিটো কাহানিও পূৰণ নহ'ল। জীৱনৰ এই সময়ছোৱাৰ পৰা তেওঁ এনে বহু ভগ্ন প্ৰতিশ্ৰুতি দিছিল। সমস্যা এটাৰ সম্পৰ্কত কাম কৰা, নিজৰ সন্তুষ্টিৰ বাবেই সমস্যাটো সমাধা কৰা, আৰু পাছত ফলাফলটো বিস্তাৰিতভাৱে প্ৰকাশ কৰাত সময় নিদিয়াটো তেওঁৰ অভ্যাস হৈ গৈছিল। প্ৰিন্সটনত তেওঁ অবিচ্ছিন্ন জ্যামিতিৰ সম্পৰ্কত বক্তৃতা দিছিল। তেওঁৰ বক্তৃতাৰ টোকাসমূহ 'Continuous Geometry' নামৰ কিতাপ এখনত প্ৰকাশ পাইছিল। ১৯৬০ চনত তেওঁৰ মৃত্যুৰ পাছত কিতাপখন প্ৰকাশ পাইছিল। কিতাপখন বিৰক্তিকৰ। জনিৰ নামত প্ৰকাশিত বস্তুৰ ভিতৰত এইখনেই সম্ভৱতঃ আটাইতকৈ বিৰক্তিদায়ক। কিতাপখনৰ পৰা আপুনি ক'ব পাৰিব যে জনিয়ে বক্তৃতা দি থাকোতে 'অবিচ্ছিন্ন জ্যামিতি' সম্পৰ্কে তেওঁ ইতিমধ্যে নিজেই বিৰক্ত হৈছিল। তেওঁ জীৱিত থাকোতে টোকাসমূহ প্ৰকাশ নকৰাৰ সপক্ষে যুক্তি আছে। তেওঁ প্ৰকাশ নকৰিলেও ক্ষতি হ'বলগীয়া একো নাছিল। তেওঁ ইতিমধ্যে ইনষ্টিটিউট ফৰ এডভাঞ্চড্ ষ্টাডীত অধ্যাপকৰ পদত আছিল। ১৯৩৬ চনৰ পাছত তেওঁ কেৱল সেইবোৰহে প্ৰকাশ কৰিছিল যিবোৰ তেওঁ গুৰুত্বপূৰ্ণ আৰু বিৰক্তিদায়ক নহয় বুলি বিবেচনা কৰিছিল। বিশুদ্ধ গণিতৰ বাহিৰৰ বিস্তৃত পৰিসৰৰ বিষয়ৰ প্ৰতি তেওঁৰ আগ্ৰহ ক্ৰমাগতভাৱে বাঢ়ি গৈছিল। সৰ্বোপৰি তেওঁ বুডাপেষ্টত গণিত পঢ়ি থকা সময়তে জুৰিখৰ ই টি এইচৰ (ETH) পৰা ৰাসায়নিক অভিযান্ত্ৰিকীতো এটা ডিগ্ৰী অৰ্জন কৰিছিল।

বোমা আৰু কম্পিউটাৰ

পৰৱৰ্তী ফুলটো হৈছে ১৯৪২ চনত লিখিত 'Theory of Detonation Waves'[১৩], নামৰ এখন প্ৰতিবেদন। উচ্চ ৰাসায়নিক বোমা বিস্ফোৰণ হ'লে কি হ'ব পাৰে, তাৰ পাণ্ডিত্যপূৰ্ণ আৰু পূৰ্ণাংগ বিশ্লেষণ ইয়াত আগবঢ়োৱা হৈছে। জনিয়ে তেওঁৰ গৃহভূমি হাংগেৰীক ১৯১৮ চনত সামৰিক পৰাজয়ৰ বাবে বিভাজন হোৱা দেখিছিল। আন ইউৰোপীয় ইহুদী সকলোতকৈও তেওঁ হিটলাৰৰ বিপক্ষে যুঁজিবলৈ বেছি আগ্ৰহী আছিল। তেওঁ তেওঁৰ গাণিতিক দক্ষতা আৰু আভিযান্ত্ৰিক জ্ঞান সামৰিক ক্ষেত্ৰত প্ৰয়োগ কৰিবলৈ ভাল পাইছিল, আৰু ১৯৪১ চনত আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰই যুদ্ধত অংশ লোৱাৰ পূৰ্বে তেওঁ আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰৰ সেনাবাহিনীৰ পৰামৰ্শদাতা হৈছিল। তেওঁৰ ১৯৪২ চনৰ প্ৰতিবেদনটো সামৰিক বিস্ফোৰক উন্নয়নৰ বাবে তাত্ত্বিক ভেটি যোগান ধৰা শ্ৰেণীবোৰৰ মাজৰ অন্যতম আছিল। সামৰিক বিস্ফোৰক পদাৰ্থবোৰ দুই পৰস্পৰ বিৰোধী প্ৰয়োজনীয়তাৰ মাজৰ দুৰ্বল নিষ্পত্তি: ক্ৰোধান্বিত হৈ নিক্ষেপ কৰিলে সেইবোৰে সৰ্বোচ্চ নিপুণতাৰে বিস্ফোৰণ হোৱা উচিত, আৰু যদি গোলাবৰ্ষণৰ সন্মুখীন হয় বা দুৰ্ঘটনাক্ৰমে ওচৰত হোৱা বিস্ফোৰণৰ কবলত পৰে, সেইবোৰে অতি নিৰাপদভাৱে বিস্ফোৰণক প্ৰতিহত কৰা উচিত। যেতিয়া আপুনি ইয়াৰ সৰ্বোত্তম নিষ্পত্তিটো উলিয়াব বিচাৰে, ৰসায়ন বিজ্ঞান আৰু গণিত – দুয়োটাই বুজা পৰামৰ্শদাতা এজন থকাটো ভাল।

জনিৰ প্ৰতিবেদনে বিশেষ কোনো অস্ত্ৰৰ কথা আলোচনা কৰা নাই, কিন্তু অস্ত্ৰ নিৰ্মাতাসকলে অধিক ফলপ্ৰসূ আৰ্হি সাজিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰিব পৰা গাণিতিক তত্ত্ব এটা দিছে। যেতিয়া তেওঁ সামৰিক বাহিনীৰ বাবে কাম কৰিবলৈ লৈছিল, অস্ত্ৰৰ প্ৰয়োগ বৰতোপ আৰু চাবমেৰিনৰ দ্বাৰা গোলাবৰ্ষণৰ ক্ষেত্ৰতহে হৈছিল। ১৯৪৩ চনত বন্ধু ৰবাৰ্ট অপেনহেইমাৰে তেওঁক লছ আলামছ পৰিদৰ্শনৰ বাবে আৰু নিউক্লীয় অস্ত্ৰৰ আৰ্হিত তেওঁৰ ধাৰণা প্ৰয়োগৰ বাবে আমন্ত্ৰণ জনাইছিল। 'প্ৰঘাতী তৰংগ' (shock wave) সম্পৰ্কে থকা তেওঁৰ জ্ঞানে লছ আলামছ প্ৰকল্পটোৰ সফলতাত ডাঙৰ অৰিহণা যোগাইছিল। লছ আলামছত তেওঁ ডাঙৰ ডাঙৰ সাংখ্যিক গণনাবোৰ মানৰ কম্পিউটাৰৰ গোটৰ দ্বাৰা বৰ কষ্ট সহকাৰে কৰি থকা দেখিবলৈ পাইছিল। ইলেকট্ৰনিক কম্পিউটাৰৰ জৰিয়তে এনেধৰণৰ গণনা বেছি ভালদৰে আৰু মানুহতকৈ বেছি বেগেৰে কৰিব পৰাৰ সম্ভাৱনীয়তা সম্পৰ্কে তেওঁ গুৰুত্ব সহকাৰে ভাবিবলৈ আৰম্ভ কৰিছিল। ১৯৪৪ চনত তেওঁ হাৰমান গ'ল্ডষ্টাইনক লগ পাইছিল। তেওঁ তেতিয়া পেনছিলভেনিয়া বিশ্ববিদ্যালয়ত 'এনিয়াক' নামৰ প্ৰকৃত ইলেকট্ৰনিক কম্পিউটাৰ নিৰ্মাণৰ প্ৰকল্প এটাত জড়িত যুৱ সামৰিক বিষয়া আছিল। জনি আৰু হাৰমান ঘনিষ্ঠ বন্ধু

হৈ পৰিছিল। হাৰমানে পাছলৈ জনি সম্পৰ্কে কৈছিল, “যদিও তেওঁ প্ৰকৃতাৰ্থতেই এগৰাকী দেৱতুল্য ব্যক্তি আছিল, তেওঁ মানুহৰ বিষয়ে বিতং অধ্যয়ন কৰিছিল আৰু মানুহক নিখুঁতভাবে অনুকৰণ কৰিব পাৰিছিল। দৰাচলতে তেওঁৰ এক ডাঙৰ সামাজিক উপস্থিতি আছিল; এগৰাকী অতি উষ্ম, মানৱীয় ব্যক্তিত্বসম্পন্ন, আৰু তেওঁৰ বৰ আকৰ্ষণীয় ৰসবোধ আছিল।” যুদ্ধ শেষ হোৱাৰ পাছতে তেওঁলোকে কম্পিউটাৰৰ দ্বাৰা কিবা এক চমৎকাৰী কাম কৰাৰ পৰিকল্পনা কৰিছিল। জনিৰ বাগিচাত তেওঁলোকৰ পৰিকল্পনা বৰ্ণনা কৰা এখন গৱেষণা-পত্ৰ আছে, “On the principles of large scale computing machines”[১৪]। মই এই সম্পৰ্কে অধিক নকওঁ, কম্পিউটাৰৰ প্ৰসংগত জনিৰ কৰ্মৰাজি সম্পৰ্কে আন বক্তাই সামৰি লৈছে।

১৯৪৮ চনত মই ইনষ্টিটিউট ফৰ এডভাঞ্চড্ ষ্টাডীলৈ অহাৰ পাছত জনিক ব্যক্তিগতভাবে জনাৰ সুযোগ পাইছিলোঁ। তেওঁ তেতিয়া প্ৰতিষ্ঠানখনৰ কম্পিউটাৰ নিৰ্মাণ কৰাত আৰু তাৰ ব্যৱহাৰ শিকাত সক্ৰিয়ভাবে জড়িত হৈ আছিল। আৰম্ভণিৰে পৰা তেওঁ বুজিছিল যে যন্ত্ৰটোৰ সবাতোকৈ গুৰুত্বপূৰ্ণ দুটা ব্যৱহাৰ হ'ব বতৰৰ আগলি বতৰা দিয়া আৰু জলবায়ুৰ আৰ্হি নিৰ্মাণ কৰা। তেওঁ যন্ত্ৰটো সাজিবলৈ অভিযন্তা আৰু ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰিবলৈ বতৰবিজ্ঞানী নিয়োগ কৰিছিল। মুখ্য অভিযন্তা আছিল জুলিয়ান বিগল' আৰু মুখ্য বতৰবিজ্ঞানী আছিল জুলছ্ চাৰ্ণি। গধুৰ কামবোৰ কৰিবলৈ দুয়োৰে অধীনত যুৱকৰ দল এটা আছিল, তেওঁলোকে এটা সম্পূৰ্ণ নতুন ধৰণৰ যন্ত্ৰক কিছু প্ৰকৃত বিজ্ঞানৰ কাম কৰিবলৈ সৈমান কৰাইছিল। হুলস্থুলীয়া কথা-বাৰ্তা আৰু বীতশ্ৰদ্ধ ব্যৱহাৰৰ যুৱ গোটটোক মই বৰ ভাল পাইছিলোঁ। প্ৰতিষ্ঠানখনৰ এই ডেকা উদণ্ডচাম আৰু পুৰণি সদস্যসকলৰ মাজত এক আমোদজনক সাংস্কৃতিক সংঘাত দেখা গৈছিল। ১৯৩৩ চনত আইনষ্টাইনে প্ৰতিষ্ঠানখনত উপস্থিত হ'বৰ সময়ত তেওঁৰ বন্ধু বেলজিয়ামৰ ৰাণীলৈ লিখাৰ নিচিনাকৈয়ে প্ৰিন্সটনখন পেং লোৱা দৈৱপুৰুষেৰে ভৰি থকা বিচিত্ৰ আৰু আড়ম্বৰপূৰ্ণ গাঁও আছিল। পুৰণি সদস্যসকলৰ সংস্কৃতিৰ আধাৰ আছিল বিনম্ৰতা আৰু অনুষ্ঠানগত পদানুক্ৰমৰ প্ৰতি থকা শ্ৰদ্ধা। জনি আৰু মই উদণ্ডৰ চামটোত পৰিছিলোঁ।

জনিৰ মৃত্যুৰ পাছত প্ৰতিষ্ঠানখনে তাৎক্ষণিকভাবে কম্পিউটাৰ প্ৰকল্পটোৰ পৰা অব্যাহতি পালে, আৰু পুৰণি সংস্কৃতি পুনৰাৱিৰ্ভাৱ হ'ল। নতুনকৈ উদণ্ডচামৰ কোনো এজনক নিয়োগ কৰা নহ'ল, আৰু তেওঁলোকে প্ৰতিষ্ঠানখনলৈ কঢ়িয়াই অনা সতেজ বতাহজাক তেওঁলোকৰ লগত ইউ চি এল এ (UCLA) আৰু এম আই টিলৈ (MIT) গুছি গ'ল। ১৯৮০ চনত “A Community of Scholars, 1930–1980” নামৰ খণ্ড এটা প্ৰকাশেৰে প্ৰতিষ্ঠানখনে ইয়াৰ অৰ্ধশতবাৰ্ষিকী উদযাপন কৰিলে। খণ্ডটোৱে সদস্যসকলৰ জীৱনী আৰু গ্ৰন্থপঞ্জী সামৰি লৈছে। যন্ত্ৰটো সজা আৰু বতৰৰ আগলি বতৰা দিয়া যুৱ উদণ্ড লোককেইজনৰ এজনৰ নামো কিতাপখনত উল্লেখ নাই। প্ৰতিষ্ঠানখনৰ সদস্য বুলি আনুষ্ঠানিকভাবে স্বীকৃতি পাবৰ জোখাৰে তেওঁলোকক বিদ্বান যেন লগা নাছিল। কিন্তু জনিৰ বাগিচাত চাৰ্ণি, জৰটফ্ট আৰু ভন নয়মেনৰ দ্বাৰা লিখিত “Numerical integration of the barotropic vorticity equation”[১৫] নামৰ এটা ফুল, এখন গৱেষণা-পত্ৰ আছে; য'ত তেওঁলোকে বতৰৰ আগলি বতৰা দিবলৈ কৰা প্ৰথম প্ৰচেষ্টা সম্পৰ্কে ব্যাখ্যা কৰিছে। যিহেতু প্ৰতিষ্ঠানৰ কম্পিউটাৰটো তেতিয়াও চলিত অৱস্থাত নাছিল, তেওঁলোকে এনিয়াকৰ জৰিয়তে গণনাবোৰ কৰিছিল। এনিয়াক ব্যৱহাৰ কৰিলে অনুৰূপ আৰ্হি প্ৰস্তুত কৰিব বিচৰা বতৰতকৈ সাংখ্যিক অনুৰূপ আৰ্হি (numerical simulation) বেছি ধীৰ গতিৰে চলিছিল। গতিকে প্ৰকৃত আগলি বতৰা দিব পৰাটো সম্ভৱপৰ হোৱা নাছিল। অৱশেষত তেওঁলোকে আশা প্ৰকাশ কৰিছিল যে প্ৰতিষ্ঠানৰ কম্পিউটাৰটো বাস্তৱ সময়ৰ লগত তাল মিলাব পৰাকৈ দ্ৰুতবেগী হ'ব। চাৰি বছৰ পাছত যেতিয়া জনিৰ যন্ত্ৰটো আৰু তেনেকুৱা আন যন্ত্ৰ চলিবলৈ লৈছিল, তেওঁলোকৰ আশা পূৰণ হৈছিল। জনিয়ে তেতিয়া ঘোষণা কৰিছিল যে এঘণ্টাতকৈও কম সময়তে ২৪ ঘণ্টা পিছৰ বতৰৰ বতৰা দিব পৰা যাব। জলবায়ুক বুজাৰ স্বপ্নটোৰ পিনে তেওঁ সিমানখিনিয়েই যাব পাৰিছিল। এবছৰ পাছত তেওঁ দুৰাৰোগ্য কৰ্কটৰোগত আক্ৰান্ত হৈছিল, আৰু তিনি বছৰ পাছত তেওঁৰ মৃত্যু হৈছিল।

সাৰাংশ

জীৱনৰ অন্তিম দশকটোত জনিয়ে আনুষ্ঠানিক গাণিতিক গৱেষণা-পত্ৰ লিখিবলৈ সময় পোৱা নাছিল। তাৰ পৰিৱৰ্তে তেওঁ অনানুষ্ঠানিক ৰচনা লিখিছিল, কেতিয়াবা তেওঁৰ কাম সমৰ্থন কৰা চৰকাৰী সংস্থাৰ তেওঁৰ সহকৰ্মীলৈ, আৰু কেতিয়াবা সৰ্বসাধাৰণ ৰাইজক উদ্দেশ্যি লিখিছিল। তেওঁৰ এই বাগিচা ভ্ৰমণত মই দেখা শেষৰ দুটা ফুল জনসাধাৰণৰ বাবে উৎসৰ্গিত। সেইকেইটা মননশীল আৰু সুলিখিত। স্পষ্টভাবে চিন্তা কৰিবলৈ আৰু সৰলভাবে লিখিবলৈ তেওঁ যথেষ্ট কষ্ট স্বীকাৰ কৰিছিল। এই দুটাৰ প্ৰথমটোৰ শিৰোনাম আছিল 'The mathematician'[১৬]। ১৯৪৭ চনত প্ৰকাশিত 'The Works of the Mind' নামৰ কেইবাগৰাকী লেখকৰ নিবন্ধ সংকলন এখনত এটা অধ্যায় হিচাপে এই লেখাটো প্ৰকাশ পাইছিল। ই তেওঁৰ অন্তিম কৰ্ম আছিল, য'ত তেওঁ এগৰাকী বিশুদ্ধ গণিতজ্ঞ হিচাপে জীৱনৰ শেষত উপনীত হোৱা সিদ্ধান্তসমূহ সৰল ভাষাত সাৰাংশ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিছিল। নিউটনে তেওঁৰ প্ৰাৰম্ভিক বছৰকেইটাৰ বিষয়ে যিদৰে কৈছিল, “উদ্ভাৱনৰ বাবে মোৰ জীৱনৰ শ্ৰেষ্ঠ সময়”, তেৱোঁ জীৱনৰ শ্ৰেষ্ঠ বছৰকেইটা

বিশুদ্ধ গণিতৰ নামত উৎসৰ্গা কৰিছিল। ঊনৈশ বছৰৰ পৰা সাতাইশ বছৰৰ বয়সলৈ তেওঁ বিশুদ্ধ গণিতৰ এক সবল যৌক্তিক আধাৰ নিৰ্মাণ কৰিবলৈ সংগ্ৰাম কৰিছিল, যাৰ দ্বাৰা কোনো আধাৰেই সম্পূৰ্ণ নহয় বুলি গডেলে কৰা আৱিষ্কাৰটোৰ ভিত্তি নিৰ্মাণ হৈছিল। গডেলৰ বিপ্লৱৰ পাছত তেওঁ নতুন স্বাধীনতাৰ সুযোগ লৈ কোৱাণ্টাম বলবিজ্ঞানৰ যৌক্তিক ভেটি আৰু পাছলৈ কম্পিউটাৰ বিজ্ঞান নাম পোৱা ক্ষেত্ৰখনৰ সৈতে পৰীক্ষা-নিৰীক্ষা কৰিছিল। তেওঁৰ 'The mathematician' নিবন্ধটোৱে গণিতৰ বিকাশক মানৱ মনৰ এক মুক্ত সৃষ্টি বুলি ব্যাখ্যা কৰিছে। ইয়াৰ ভেটি ব্যৱহাৰিক বিজ্ঞানৰ পৰা ধাৰ কৰা হৈছে অথবা মুক্তভাৱে উদ্ভাৱন কৰা হৈছে।

জনিৰ নিবন্ধটোৰ মূল বাৰ্তাটো একেবাৰে শেষত প্ৰকাশ কৰা হৈছে, যিটো এতিয়াৰ গণিতজ্ঞসকলৰ মাজত বৰকৈ প্ৰখ্যাত, "গাণিতিক ক্ষেত্ৰ এখন যেতিয়া ব্যৱহাৰিক উৎসটোৰ পৰা বহুদূৰ আঁতৰি আহে, যদি ক্ষেত্ৰখন বাস্তৱ জগতৰ ধাৰণাৰ দ্বাৰা কেৱল পৰোক্ষভাৱে অনুপ্ৰাণিত দ্বিতীয় বা তৃতীয় প্ৰজন্মৰ ক্ষেত্ৰ হয়; ইয়াক চৌদিশৰ পৰা ডাঙৰ সংকটে আগুৰি ধৰে . . . । ব্যৱহাৰিক উৎসৰ পৰা বহু দূৰত বা বিমূৰ্ত ৰূপৰ বহুবাৰ অন্তঃপ্ৰজনন হোৱাৰ পাছত গাণিতিক বিষয় এটাই ইয়াৰ গুণাগুণ হেৰুৱাই পেলোৱাৰ আশংকা থাকে। সাধাৰণতে আৰম্ভণিৰ শৈলীটো ধ্ৰুপদী হয়। কিন্তু যেতিয়াই ই অলংকাৰ-বহুল হ'বলৈ ধৰাৰ ইংগিত দিয়ে, বিপদৰ আশংকা ঘনীভূত হয়। অলংকাৰ-বহুল শৈলীৰ পৰা অতি অলংকাৰ-বহুল শৈলীলৈ হোৱা বিৱৰ্তনৰ পথছোৱা বিচাৰি উলিয়াবলৈ উদাহৰণ দিয়াটো সহজ, কিন্তু সেইটো কৰিব গ'লেও বহু বেছি কাৰিকৰী কথা সোমাই পৰিব। যিকোনো পৰিস্থিতিতে এই পৰ্য্যায় এটাত উপনীত হোৱাৰ পাছত, মোৰ দৃষ্টিত তাৰ একমাত্ৰ প্ৰতিকাৰ হৈছে মূল উৎসলৈ ঘূৰি গৈ পুনৰুজ্জীৱিত কৰা; অৰ্থাৎ চিধাই ব্যৱহাৰিক ধাৰণাৰ পুনৰবাৰ প্ৰৱেশ ঘটোৱা। মই পতিয়ন গৈছোঁ যে বিষয়টোৰ সজীৱতা আৰু প্ৰাণশক্তি বৰ্তাই ৰাখিবলৈ এনে কৰাতো প্ৰয়োজনীয়, আৰু ভৱিষ্যতেও সমানেই প্ৰয়োজনীয় হৈ থাকিব।" হয়তো অতি অলংকাৰ-বহুলতাৰ উদাহৰণ দিওঁতে তেওঁ অবিচ্ছিন্ন জ্যামিতিৰ সম্পৰ্কত কৰা বিস্তৰ কামৰ কথা মনলৈ আহিছিল, আৰু তেওঁ কম্পিউটাৰ বিজ্ঞানৰ ব্যৱহাৰিক জগতত সোমাই পৰাটোক হয়তো মূল উৎসলৈ গৈ পুনৰুজ্জীৱিত হোৱা বুলি কৈছে।

বিশুদ্ধ গণিতক বিদায় দিয়াৰ পাছত জনিৰ জীৱনৰ অন্তিম সাতটা বছৰ প্ৰিন্সটনত কম্পিউটাৰৰ প্ৰকল্প চলোৱা আৰু ৱাশ্বিংটনত চৰকাৰক পৰামৰ্শ দিয়াৰ মাজত বিভক্ত হৈছিল। এই সময়ছোৱাত তেওঁ জনসাধাৰণৰ মাজত সামৰিক কট্টৰপন্থী হিচাপে জনাজাত হৈছিল। কেইবছৰমান ধৰি তেওঁ ৰাজহুৱাকৈ চোভিয়েট সংঘৰ বিপক্ষে এখন প্ৰতিৰোধমূলক যুদ্ধৰ হকে মাত মাতিছিল। সামৰিক ৰণকৌশলৰ লগত জড়িত উচ্চ-স্তৰীয় সমিতিৰ সৈতে তেওঁ গভীৰভাৱে জড়িত হৈ পৰিছিল। সেই সমিতিবোৰৰ মাজৰে এতিয়া ইতিহাসবিদসকলৰ মাজত 'ভন নয়মেন সমিতি' হিচাপে পৰিচিত সমিতিখনে আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰৰ ৰণনীতিক বহুস্তৰীয় ৰকেট আৰু হাইড্ৰ'জেন বোমাৰ প্ৰযুক্তি ব্যৱহৃত এক আন্তঃমহাদেশীয় বেলিষ্টিক মিছাইলৰ আধাৰত প্ৰতিষ্ঠিত কৰিব বিচৰা মাৰাত্মক সিদ্ধান্তটোৰ হকে মাত মাতিছিল। এই সিদ্ধান্তটোৰ ফলত আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰই চোভিয়েট সংঘক চল্লিশ মিনিটৰ ভিতৰতে ধ্বংস কৰিব পৰাটো কাৰিকৰীভাৱে সম্ভৱ হৈ পৰিব, যাৰ অনিবাৰ্য্য পৰিণতি হিচাপে কেইবছৰমান পাছত চোভিয়েট সংঘয়ো একেধৰণৰ মিছাইল শক্তি ব্যৱহাৰ কৰি আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰক ধ্বংস কৰিব।

প্ৰতিৰোধমূলক নিউক্লীয় যুদ্ধৰ ধাৰণাটোৱে আজিকালি এনে এক ধাৰণা দিয়ে যে যুদ্ধবাদে সীমা চেৰাই গৈছে। কিন্তু ১৯৩০ ৰ দশকত জীৱন কটোৱা আৰু যাতনা ভোগা প্ৰজন্মটোৰ বাবে ইয়াৰ আন এক অৰ্থ আছিল। বিশেষকৈ উদাৰপন্থী বুদ্ধিজীৱীসকলৰ মাজত ব্যাপক স্তৰত গৃহীত আছিল যে ফৰাছী আৰু ইংৰাজ চৰকাৰে কাপুৰুষালি আৰু অনৈতিক ব্যৱহাৰ কৰিছিল, যেতিয়া তেওঁলোকে ১৯৩৬ চনত জাৰ্মানীলৈ আগবাঢ়ি গৈ হিটলাৰক ৰাইনলেণ্ডৰ সশস্ত্ৰকৰণ কৰাত বাধা দিবলৈ ব্যৰ্থ হৈছিল। ১৯৩৬ চনত যেতিয়া জাৰ্মানী কাৰ্য্যতঃ নিৰস্ত্ৰ আছিল আৰু আগ্ৰাসী বাহিনীক সবলভাৱে বাধা দিয়াত অসমৰ্থ আছিল, তেতিয়া এখন প্ৰতিৰোধমূলক যুদ্ধই হয়তো হিটলাৰক কেইদিনমানৰ ভিতৰতে গাদীচ্যুত কৰিলেহেঁতেন আৰু দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধত মৰিবলগীয়া পঞ্চাশ নিযুত লোকক ৰক্ষা কৰিব পাৰিলেহেঁতেন। ১৯৩৬ চনত এখন প্ৰতিৰোধমূলক যুদ্ধ সম্ভৱপৰ হ'লহেঁতেন নে নাই বা ফলপ্ৰসূ হ'লহেঁতেন নে নাই, আমি ক'ব নোৱাৰোঁ। আমি কেৱল জানো যে প্ৰতিৰোধমূলক যুদ্ধৰ ধাৰণাটো এক নৈতিকভাৱে গ্ৰহণীয় উপায় হিচাপে জনিৰ প্ৰজন্মটোৰ মাজত ব্যাপকভাৱে গৃহীত আছিল। তেওঁলোকে ১৯৩৬ চনক এক কৰুণভাৱে হেৰোৱা সুযোগ হিচাপে চাইছিল। তেওঁলোকৰ মতে এক নিৰ্ভীক প্ৰতিৰোধমূলক ব্যৱস্থাৰ জৰিয়তে ভয়াৱহ বিপৰ্য্যয় এটা আগতীয়াকৈ বন্ধ কৰাৰ ধাৰণাটো বলিয়ালি বা অপৰাধ নহয়।

জনিয়ে যুক্তি দৰ্শাইছিল যে ১৯৩৬ চনত ফ্ৰান্স আৰু ব্ৰিটেইনে যিটো বাছনিৰ সন্মুখীন হৈছিল, আমেৰিকায়ো ১৯৪০ৰ দশকত একেটা বাছনিৰ সন্মুখীন হৈছিল। চোভিয়েট সংঘই সেইসময়ত নিউক্লীয় অস্ত্ৰৰ সামুদায়িক উৎপাদনৰ বাবে ঔদ্যোগিক পাম আৰম্ভ কৰিছিলহে মাত্ৰ। সম্পূৰ্ণ ধ্বংস নকৰাকৈ ১৯৩৬ চনটো হিটলাৰক আঁতৰোৱাৰ শেষ বছৰ হোৱাৰ নিচিনাকৈয়ে জনিয়ে ১৯৪০ৰ দশকটোক আমেৰিকাৰ বাবে ষ্টেলিনৰ ৰাজত্ব আঁতৰোৱাৰ শেষ সুযোগ হিচাপে লৈছিল। তেওঁৰ মতে পাছলৈ এখন বিধ্বংসী যুদ্ধ হোৱাতকৈ ১৯৪০ৰ দশকত এখন

প্ৰতিৰোধমূলক যুদ্ধ হোৱাটো কেৱল আমেৰিকাৰ বাবে নহয়, সমগ্ৰ মানৱ জাতিৰ বাবেই হিতকৰ। মই কোৱা নাই যে তেওঁ শুদ্ধ আছিল। এখন প্ৰতিৰোধমূলক যুদ্ধই ১৯৩৬ চনত বা ১৯৪০ৰ দশকতো ইয়াৰ লক্ষ্যত উপনীত হোৱাৰ সম্ভাৱনা কম আছিল বুলি মই ভাবোঁ। মই কেৱল ক'ব বিচাৰিছোঁ যে নৈতিক প্ৰসংগটো সম্পৰ্কীয় তেওঁৰ চিন্তা-ধাৰাত প্ৰভাৱ বিস্তাৰ কৰা ১৯৩৬ চনৰ ঘটনাটো উল্লেখ নকৰাকৈ প্ৰতিৰোধমূলক যুদ্ধৰ সপক্ষে তেওঁৰ মতামতৰ কথা ক'লে তেওঁৰ যুক্তিৰ মূল দিশটোকে উপেক্ষা কৰা হ'ব।

মোৰ এই জনিৰ বাগিচা ভ্ৰমণকালত অন্তিমটো ফুল হৈছে সাধাৰণ পঢ়ুৱৈৰ বাবে লিখা এখন পত্ৰ। জনিৰ মাৰাত্মক বেমাৰটো আৰম্ভ হোৱাৰ পূৰ্বে ১৯৫৫ চনৰ জুন মাহত ফৰ্চুন আলোচনীত পত্ৰখন প্ৰকাশ পাইছিল। শিৰোনাম হৈছে, "Can we survive technology?"[১৭]। জনি এতিয়া আৰু গণিতজ্ঞসকলৰ বৌদ্ধিক সমস্যাৰ বিষয়ে উদ্বিগ্ন নহয়; তেওঁ এতিয়া যুদ্ধ আৰু শান্তি, নিউক্লীয় অস্ত্ৰ আৰু নিউক্লীয় শক্তি, গোলকীয় উষ্ণতা আৰু জলবায়ু নিয়ন্ত্ৰণ, অৰ্থনীতি আৰু ৰাজনীতিবিজ্ঞানৰ নীতিসমূহক কম্পিউটাৰে কৰা পৰিৱৰ্তন – আদিৰ দৰে মানৱীয় সমস্যাসমূহক লৈ উদ্বিগ্ন। জীৱনৰ অন্তিম সাতটা বছৰত তেওঁ ৱাশ্বিংটনস্থিত ক্ষমতাৰ কেন্দ্ৰলৈ যোৱাৰ পাছত, আৰু সেনাধ্যক্ষ আৰু ৰাজনীতিবিদসকলৰ সৈতে বন্ধুত্ব স্থাপন কৰাৰ পাছত তেওঁ বুজিছিল যে সমাজৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ সমস্যাবোৰ মানুহ কেন্দ্ৰিক, কাৰিকৰী নহয়। মানৱ প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে তেওঁৰ দৃষ্টিভংগী নিৰুৎসাহজনক আছিল। "বৈদ্যুতিক ক্ষেত্ৰৰ এক পকনীয়া (curl) নথকালৈকে চুম্বক ক্ষেত্ৰ কিয় বৃদ্ধি নহয় বুলি আপত্তি কৰাৰ নিচিনাকৈয়ে মানুহ যে স্বাৰ্থপৰ আৰু আনুগত্যহীন, তাক লৈ আপত্তি কৰাটোও সমানেই মূৰ্খামি।" ভৱিষ্যৎ সম্পৰ্কে তেওঁৰ দৃষ্টিভংগীও সমানেই নিৰুৎসাহজনক আছিল। "নিউক্লীয় অস্ত্ৰক লৈ বৰ্তমানৰ ভীতিপ্ৰদ আশংকাই ইয়াতকৈও বেছি ভয়ানক স্থিতিলৈ লৈ যাব পাৰে। গোলকীয় জলবায়ু নিয়ন্ত্ৰণ সম্ভৱ হোৱাৰ পাছত হয়তো আমাৰ বৰ্তমানৰ সকলো কাম-কাজ সাধাৰণ যেন লাগিব। আমি নিজকে প্ৰতাৰণা কৰা অনুচিত। এবাৰ সেই সম্ভাৱনা বাস্তৱ হৈ উঠিলে তাৰ ওপৰত শোষণ চলোৱা হ'ব ...। এটা কঠিন সত্য হ'ল– সমস্যাবোৰ এক বিৱৰ্তনৰ বাবে হয়, যি উপকাৰী আৰু গঠনমূলক হ'লেও বিপদজনকো। প্ৰয়োজনীয় বেগৰ লগত আমি উপযুক্ত অভিযোজনো কৰি ল'ব পাৰিমনে? সবাতোকৈ আশাপ্ৰদ উত্তৰটো হ'ল যে মানৱ প্ৰজাতিটোৱে পূৰ্বতেও এনেধৰণৰ পৰীক্ষাৰ সন্মুখীন হৈছে আৰু তেওঁলোকে পৰিৱৰ্তিত সমস্যাৰ মাজেৰে পাৰ হৈ অহাৰ এক জন্মগত সামৰ্থ থকা যেন লাগে। সম্পূৰ্ণ কাৰ্য্যনিৰ্দেশনা সম্পৰ্কে আগতীয়াকৈ সোধাটো অযুক্তিকৰ হ'ব। আমি কেৱল প্ৰয়োজনীয় মানৱীয় গুণকেইটাহে আঙুলিয়াই দিব পাৰোঁ: ধৈৰ্য্য, নমনীয়তা আৰু বুদ্ধিমত্তা।" জনিৰ নিজৰেই এই গুণকেইটা আছিল। তেওঁ সৃষ্টি কৰা জগতখনত গৈ বাছি থকাৰ সম্ভাৱনা বঢ়াবলৈ আমাক এইকেইটা গুণেই এতিয়াও প্ৰয়োজনীয়।

তথ্যসূত্ৰ

[১] John von Neumann, *Collected Works*, A. H. Taub, ed., Pergamon Press, New York, 1961–1963.

[২] ___, Über die Lage der Nullstellen gewisser Minimalpolynomen (with M. Fekete), *Jahresbericht* 31, 125–138 (1922).

[৩] ___, Zur Einführung der transfiniten Zahlen, *Acta Szeged.* 1, 199–208 (1923).

[৪] ___, Eine Axiomatisierung der Mengenlehre, *J. für. Math* 154, 219–240 (1925).

[৫] ___, Zur Hilbertschen Beweistheorie, *Math. Zeitschr.* 26, 1–46 (1927).

[৬] ___, Die Axiomatisierung der Mengenlehre, *Math. Zeitschr.* 27, 669–752 (1928).

[৭] ___, Zur Theorie der Gesellschaftsspiele, *Math. Ann.* 100, 295–320 (1928).

[৮] ___, Die Zerlegung eines Intervalles in abzählbar viele kongruente Teilmengen, *Fund. Math.* 11, 230–238 (1928).

[৯] ___, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlin, 1932.

[১০] ___, Proof of the quasi-ergodic hypothesis, *Proc. Nat. Acad. Sci.* 18, 70–82 (1932).

[১১] ___, Continuous geometry, *Proc. Nat. Acad. Sci., U.S.A.* 22, 92–100 (1936).

[১২] ___, Examples of continuous geometries, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 22, 101–108 (1936).

[১৩] ___, *Theory of Detonation Waves, A progress report to April 1, 1942*, Office of Scientific Research and Development Section B-1, report 549, 34 pp. (1942).

[১৪] ___, On the principles of large-scale computing machines (with H. H. Goldstine), Office of Research and Inventions, Navy Department, unpublished (1946).

[১৫] ___, Numerical integration of the barotropic vorticity equation (with J. G. Charney and R. Fjortoft), *Tellus* 2, 237–254 (1950).

[১৬] ___, The mathematician. In *The Works of the Mind*, R. B. Heywood, ed., University of Chicago Press, 180–196, 1947.

[১৭] ___, Can we survive technology? *Fortune* (June 1955).