গণিতত প্ৰাৰম্ভিক গৱেষণা : পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য

বুদ্ধপ্ৰসাদ চেতিয়া

[বিশিষ্ট অসমীয়া গণিতজ্ঞ, গুৱাহাটী বিশ্ববিদ্যালয়ৰ অৱসৰ প্ৰাপ্ত অধ্যাপক বুদ্ধপ্ৰসাদ চেতিয়া অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ প্ৰথমগৰাকী সভাপতি।]

গাণিতিক গৱেষণা কাক বোলে – এই প্ৰশ্নৰ চমু মনঃপূত উত্তৰ এটা স্কুলীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক ঘপহকৈ দিয়াটো সম্ভৱ নহয়। কিন্তু এই প্ৰবন্ধৰ বিষয়-বস্তু এনেদৰে যুগুতোৱা হৈছে যাতে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে প্ৰবন্ধটো পঢ়ি উঠি গণিতৰ গৱেষণানো কেনেকুৱা তাৰ এটা থুলমূল ধাৰণা কৰিব পাৰে আৰু লগতে এইটোও যাতে উপলব্ধি কৰিব পাৰে যে গণিতৰ গৱেষণাৰ কাম নিম্ন পৰ্যায়তে আৰম্ভ কৰিব পাৰি। আমাৰ এই গৱেষণা অতি পৰিচিত পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি আৰম্ভ কৰা হ'ব।

স্কুলীয়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে জ্যামিতিৰ ভাল লগা উপপাদ্যসমূহৰ ভিতৰত পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য অন্যতম: সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ ওপৰত অংকিত বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কালি আন দুটা বাহুৰ ওপৰত অংকিত বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ কালিৰ যোগফলৰ সমান। এই সূত্ৰটো বীজগণিতীয় ভাষাত এনেদৰে ক'ব পাৰি: c, a আৰু b য়ে এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ৰমে অতিভুজ আৰু আন দুটা বাহুৰ দীঘ বুজালে $c^২ = a^২ + b^২$ হয়।

পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যই সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এটা অতি আকৰ্ষণীয় আৰু প্ৰয়োজনীয় বৈশিষ্ট্য প্ৰকাশ কৰিছে। পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰৰ সন্দৰ্ভত আমাৰ মনত দুটা বহল প্ৰশ্নৰ উদয় হৈছে–

প্ৰথম প্ৰশ্ন:

পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি সমকোণী ত্ৰিভুজৰ আৰু কি কি অনুৰূপ বৈশিষ্ট্য আৱিষ্কাৰ কৰিব পাৰি?

দ্বিতীয় প্ৰশ্ন:

এনে এটা উপপাদ্য আৱিষ্কাৰ কৰিব পাৰি নেকি যিটোৰ পৰা পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যটো অনুসিদ্ধান্ত হিচাপে পাব পাৰি?

ওপৰৰ প্ৰশ্ন দুটাৰ মাজত এটা চৰিত্ৰগত পাৰ্থক্য আছে– প্ৰথমটোত জনা কথা এটা প্ৰয়োগ কৰি নতুন সূত্ৰ বিচাৰিব খোজা হৈছে; আৰু দ্বিতীয়টোত আগতে জনা সূত্ৰতকৈ অধিক ব্যাপক সূত্ৰ বিচাৰিব খোজা হৈছে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক এইখিনিতে কৈ থওঁ যে উচ্চ পৰ্যায়ৰ গণিতৰ গৱেষণাতো এনে ধৰণৰ প্ৰশ্নৰ অৱতাৰণা কৰি তাৰ সমাধান বিচৰা হয়।

আমি এতিয়া প্ৰশ্ন দুটাৰ সমাধান বিচাৰি যাওঁ।

প্ৰথম প্ৰশ্ন সমাধান

এতিয়ালৈকে আমাৰ প্ৰশ্নটো যথেষ্ট অস্পষ্ট হৈ আছে। 'অনুৰূপ বৈশিষ্ট্য' মানেনো কি বুজোৱা হৈছে সেইটো স্পষ্ট নহ'লে প্ৰশ্নটো সমাধান কৰিব নোৱাৰি। গতিকে প্ৰশ্নটো স্পষ্ট হ'বৰ বাবে ইয়াক দুটা খণ্ড-প্ৰশ্নত ভগোৱা হৈছে এনেদৰে–

(১) c, a আৰু b য়ে এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ৰমে অতিভুজ আৰু আন দুটা বাহুৰ দীঘ বুজালে, আমি জানো যে $c^২ = a^২ + b^২$। এতিয়া প্ৰশ্ন হ'ল, n ৰ যিকোনো অখণ্ড মানৰ বাবে $c^n = a^n + b^n$ হ'বনে? যদি নহয়, c^n আৰু $a^n + b^n$ ৰ মাজৰ সম্পৰ্কটো কেনেকুৱা ধৰণৰ হ'ব?

(২) সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাহুকেইটাৰ ওপৰত বৰ্গক্ষেত্ৰ অংকন কৰাৰ পৰিৱৰ্তে আন কোনো ক্ষেত্ৰ অংকন কৰিলেও পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰৰ নিচিনা সূত্ৰ এটা সত্য হ'ব পাৰে নেকি? বৰ্গক্ষেত্ৰৰ পৰিৱৰ্তে একো একোটা অৰ্ধ বৃত্তাকাৰ ক্ষেত্ৰ অংকন কৰিব পাৰি, সমবাহু ত্ৰিভুজাকাৰ ক্ষেত্ৰ

অংকন কৰিব পাৰি, সুষম n-ভুজীয় ক্ষেত্ৰ অংকন কৰিব পাৰি। আৰু তেতিয়া অতিভুজৰ ওপৰত অংকিত ক্ষেত্ৰৰ কালি আন দুটা বাহুৰ ওপৰত অংকিত ক্ষেত্ৰৰ কালিৰ যোগফলৰ সমান হ'ব নেকি, এইদৰে সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাহুকেইটাৰ ওপৰত বেলেগ বেলেগ ক্ষেত্ৰ অংকন কৰি পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰৰ অনুৰূপ সূত্ৰ এটা প্ৰযোজ্য হয় নেকি পৰীক্ষা কৰাটো এটা আকৰ্ষণীয় গৱেষণাৰ বিষয়।

আৰু এই গৱেষণা হাইস্কুলৰ উচ্চ শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে আৰম্ভ কৰিব পাৰে।

আমি এতিয়া ওপৰৰ খণ্ড-প্ৰশ্ন দুটাৰ সমাধান বিচাৰি যাওঁ–

(১) এনে ধৰণৰ প্ৰশ্নৰ বেলিকা সমাধান প্ৰক্ৰিয়াটো কোনখিনিত কেনেকৈ আৰম্ভ কৰা যায় সেইটোৱেই হ'ল আটাইতকৈ ডাঙৰ সমস্যা। এনে অৱস্থাত কিছু প্ৰাৰম্ভিক পৰীক্ষা-নিৰীক্ষাই আমাক যথেষ্ট সহায় কৰে:

ধৰা হওক $c = ৫, a = ৩, b = ৪$, তেতিয়া $c^২ = a^২+b^২$, অৰ্থাৎ ৫, ৩ আৰু ৪ এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ৰমে অতিভুজ আৰু আন দুটা বাহুৰ দীঘ হ'ব পাৰে। এতিয়া $n = ৩, ৪, ৫$ ধৰি পৰীক্ষা কৰি চালে দেখা যায় যে

$$a^n + b^n < c^n।$$

আনহাতে $n = ১, ০, -১, -২$ ধৰিলে পোৱা যায় যে

$$a^n + b^n > c^n।$$

এই প্ৰাৰম্ভিক পৰীক্ষাৰ পৰা আমি এটা অনুমান (conjecture) কৰিবলৈ সক্ষম হৈছোঁ। অনুমানটো হ'ল এনেধৰণৰ:

যদি c, a আৰু b য়ে এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ৰমে অতিভুজ আৰু আন দুটা বাহুৰ দীঘ বুজায় তেনেহ'লে

$$a^n + b^n \begin{cases} < c^n & \text{যদি } n > ২, \\ = c^n & \text{যদি } n = ২, \\ > c^n & \text{যদি } n < ২। \end{cases}$$

মনত ৰাখিবা, এইটো এটা অনুমানহে, এতিয়ালৈকে ইয়াৰ প্ৰমাণ দিয়া হোৱা নাই। এই সম্পৰ্ক তিনিটাৰ মাজৰটোৱেই পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰ আৰু ইয়াৰ সহায়ত আমি আন দুটা সম্পৰ্ক প্ৰমাণ কৰিবলৈ চেষ্টা কৰিম।

প্ৰথমতে ধৰা হওক $n > ২$। যিহেতু $c > a, c > b$ (কিয়নো সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ দীঘ আন দুটা বাহুৰ প্ৰত্যেকৰে দীঘতকৈ ডাঙৰ), গতিকে যিকোনো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা k ৰ বাবে $c^k > a^k, c^k > b^k$। এতিয়া,

$$\begin{aligned} c^n &= c^২ \cdot c^{n-২} \\ &= (a^২ + b^২)c^{n-২} \quad [\text{কাৰণ } c^২ = a^২ + b^২।] \\ &= a^২c^{n-২} + b^২c^{n-২} \\ &> a^২a^{n-২} + b^২b^{n-২} \quad [\text{কাৰণ } n-২ \text{ ধনাত্মক।}] \\ &= a^n + b^n। \end{aligned}$$

অৰ্থাৎ $c^n > a^n + b^n$।

এতিয়া ধৰা হওক $n < ২$। আমি জানো যে যিকোনো ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা ℓ ৰ বাবে $c^\ell < a^\ell, c^\ell < b^\ell$। এতিয়া,

$$\begin{aligned} c^n &= c^২ \cdot c^{n-২} \\ &= (a^২ + b^২)c^{n-২} \\ &= a^২c^{n-২} + b^২c^{n-২} \\ &< a^২a^{n-২} + b^২b^{n-২} \quad [\text{কাৰণ } n-২ \text{ ঋণাত্মক।}] \\ &= a^n + b^n। \end{aligned}$$

অৰ্থাৎ $c^n < a^n + b^n$।

গতিকে আমাৰ অনুমান সত্য, আৰু ই n ৰ যিকোনো অখণ্ড মানৰ বাবেই সত্য।

(২) চিত্ৰ 1 ত সমকোণী ত্ৰিভুজ এটাৰ প্ৰতিটো বাহুক ব্যাস হিচাপে লৈ একোটা অৰ্ধবৃত্ত অংকন কৰা হৈছে।

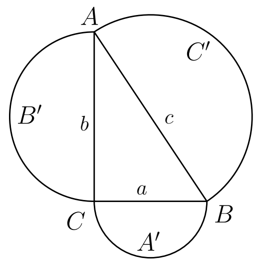

Figure 1

$$ABC' \text{ অৰ্ধবৃত্তাকাৰ ক্ষেত্ৰৰ কালি} = \frac{১}{২}\pi\left(\frac{c}{২}\right)^২,$$

$$BCA' \text{ অৰ্ধবৃত্তাকাৰ ক্ষেত্ৰৰ কালি} = \frac{১}{২}\pi\left(\frac{a}{২}\right)^২,$$

$$CAB' \text{ অৰ্ধবৃত্তাকাৰ ক্ষেত্ৰৰ কালি} = \frac{১}{২}\pi\left(\frac{b}{২}\right)^২।$$

গতিকে পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি (অৰ্থাৎ $c^২ = a^২+b^২$ ধৰি) পোৱা যায় যে BCA' আৰু CAB' অৰ্ধবৃত্তাকাৰ ক্ষেত্ৰ দুটাৰ কালিৰ যোগফল ABC' অৰ্ধবৃত্তাকাৰ ক্ষেত্ৰৰ কালিৰ সমান।

চিত্ৰ 2 ত এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো বাহুৰ ওপৰত একোটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অংকন কৰা হৈছে।

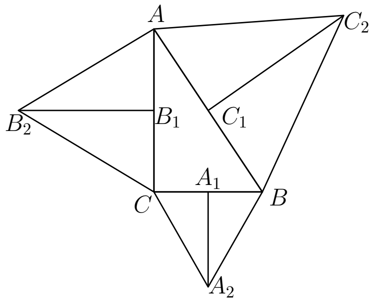

Figure 2

এতিয়া, $ABC_২$ সমবাহু ত্ৰিভুজীয় ক্ষেত্ৰৰ কালি হ'ব

$$\begin{aligned}\frac{১}{২}AB \cdot C_১C_২ &= \frac{১}{২}c \cdot AC_১ \cdot \tan ৬০^\circ\\ &= \frac{১}{৪}c^২ \cdot \sqrt{৩}\\ &= \frac{\sqrt{৩}}{৪}c^২।\end{aligned}$$

সেইদৰে,

$BCA_২$ সমবাহু ত্ৰিভুজীয় ক্ষেত্ৰৰ কালি $= \frac{\sqrt{৩}}{৪}a^২$,

$CAB_২$ সমবাহু ত্ৰিভুজীয় ক্ষেত্ৰৰ কালি $= \frac{\sqrt{৩}}{৪}b^২$।

গতিকে পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যৰ অনুৰূপ সূত্ৰ এটা এই ক্ষেত্ৰতো শুদ্ধ হ'ব।

এতিয়া আমি খণ্ড প্ৰশ্নটোৰ শেষৰ অংশলৈ আহোঁ। ধৰা হওক ABC ত্ৰিভুজৰ $\angle C$ সমকোণ, $AB = c, BC = a, CA = b$; গতিকে $c^২ = a^২ + b^২$। ধৰা হওক প্ৰতিটো বাহুৰ ওপৰত একোটা সুষম n-ভুজ অঁকা হৈছে। AB অতিভুজৰ ওপৰত অঁকা n-ভুজটোৰ নাম দিয়া হওক $ABB_১B_২\dots B_{n-২}$। ধৰা হওক, এই n-ভুজটোৱে আগুৰি থকা ক্ষেত্ৰৰ মধ্যবিন্দু O।

আমি n-ভুজটোৱে আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি উলিয়াব খুজিছোঁ, আৰু তাৰ বাবে ইয়াক n টা ত্ৰিভুজাকাৰ ক্ষেত্ৰত ভাগ কৰি ল'ম। $OA, OB, OB_১, \dots, OB_{n-২}$ অংকন কৰা। ফলত $OAB, OBB_১, OB_১B_২, \dots, OB_{n-৩}B_{n-২}$ ত্ৰিভুজকেইটাৰ সৃষ্টি হৈছে। এই ত্ৰিভুজবোৰ পৰস্পৰ সৰ্বাংগসম আৰু সিহঁতৰ প্ৰত্যেকেই একোটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ। এই ত্ৰিভুজবোৰৰ শীৰ্ষ কোণবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে মান $\frac{৪\pi}{n}$। গতিকে অতিভুজৰ ওপৰত অংকিত সুষম n-ভুজীয় ক্ষেত্ৰৰ কালি হ'ব

$$n \cdot \frac{১}{২} \cdot c \cdot \frac{c}{২} \cdot \cot\frac{৪\pi}{২n} = \frac{nc^২}{৪}\cot\frac{২\pi}{n}।$$

সেইদৰে আন দুটা বাহুৰ ওপৰত অংকিত সুষম n-ভুজীয় ক্ষেত্ৰৰ কালি ক্ৰমে $\frac{na^২}{৪}\cot\frac{২\pi}{n}$ আৰু $\frac{nb^২}{৪}\cot\frac{২\pi}{n}$।

গতিকে পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি আমি পাওঁ যে–

সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ ওপৰত অংকিত সুষম n-ভুজীয় ক্ষেত্ৰৰ কালি আন দুটা বাহুৰ ওপৰত অংকিত সুষম n-ভুজীয় ক্ষেত্ৰ দুটাৰ কালিৰ যোগফলৰ সমান।

দ্বিতীয় প্ৰশ্ন সমাধান

আমি পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰতকৈও অধিক ব্যাপক সূত্ৰ এটা উলিওৱাৰ কথা ভাবিছোঁ। কিন্তু ‘অধিক ব্যাপক’ মানে কি? পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰ কেৱল সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাবেহে সত্য। এটা অ-সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাবে অনুৰূপ সূত্ৰ প্ৰমাণ কৰিব পাৰি নেকি? প্ৰথম সমস্যা হ'ল– এই ‘অনুৰূপ সূত্ৰটো’ কেনে ধৰণৰ হ'ব পাৰে তাৰ অনুমান কৰা। এনে এটা অনুমান কৰিবলৈ চিন্তাৰ প্ৰয়োজন, কল্পনাৰ প্ৰয়োজন। এনে চিন্তা আৰু কল্পনা বহুতো মহৎ গাণিতিক সৃষ্টিৰ উৎস। আমি বিচৰা সূত্ৰটো এনেকুৱা হ'ব লাগিব যে– ত্ৰিভুজটোৰ এটা কোণ সমকোণ হ'লে ইয়াৰ পৰাই পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰটো পোৱা যাব।

এটা অ-সমকোণী ত্ৰিভুজ দুই ধৰণৰ হ'ব পাৰে– স্থূলকোণী অথবা সূক্ষ্মকোণী।

প্ৰথমতে এটা স্থূলকোণী ত্ৰিভুজকেই লোৱা যাওক। ধৰা হওক ABC এটা স্থূলকোণী ত্ৰিভুজ (চিত্ৰ 3 ৰ বাওঁফালে)।

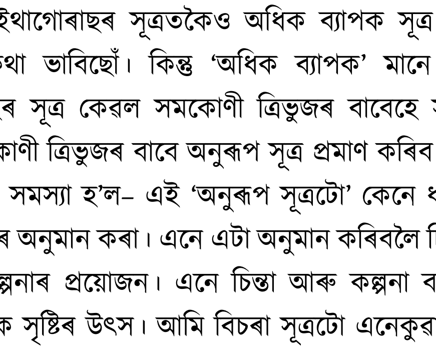

Figure 3

চিত্ৰত দেখুওৱাৰ দৰে অংকন কৰা:

$$AC \parallel BB_২,$$
$$AB_২ \perp BB_২,$$
$$BB_১ \equiv CA, \quad \text{অৰ্থাৎ } BB_১ = CA,$$
$$AC_১ \perp BC_১,$$
$$CP \perp AB।$$

আমি অনুমান কৰিছোঁ যে

$$AB^২ = BC \cdot BC_১ + BB_১ \cdot BB_২। \qquad (১)$$

এনেদৰে অনুমান কৰাৰ কাৰণ হ'ল– যদি C কোণটোক 'ঠেলি আনি' সমকোণ কৰা হয় (3 ৰ সোঁফালৰ চিত্ৰ) তেতিয়া $BC = BC_১$ হ'ব আৰু $BB_১ = BB_২$ হ'ব। আৰু তেতিয়া (১) নম্বৰ সমতাটো হ'বগৈ

$$AB^২ = BC^২ + BB_১^২ = BC^২ + CA^২,$$

আৰু এইটোৱেই তেতিয়া পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰ হ'ব। গতিকে (১) নম্বৰ সূত্ৰটো প্ৰমাণ কৰিব পাৰিলে এনে এটা অধিক ব্যাপক সূত্ৰ পোৱা যাব যিটোৰ পৰা পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰটো অনুসিদ্ধান্ত হিচাপে পোৱা যাব।

(১) নম্বৰ সূত্ৰৰ প্ৰমাণ:

আমি পাওঁ যে,

$$\triangle ABC_১ \sim \triangle CBP \quad (\angle B \text{ উমৈহতীয়া কোণ}),$$
$$\text{আৰু } \triangle ABB_২ \sim CAP \quad (\angle ABB_১ \equiv \angle BAC)।$$

সেইবাবে,

$$\frac{AB}{BC_১} = \frac{BC}{BP}, \quad \frac{AB}{BB_২} = \frac{AC}{PA}।$$

গতিকে,

$$BC \cdot BC_১ = AB \cdot BP, \quad AC \cdot BB_২ = AB \cdot PA।$$

এই দুটা যোগ কৰি আৰু $AC = BB_১$ বহুৱাই (১) নম্বৰ সূত্ৰটো পোৱা যায়।

উল্লেখযোগ্য যে এই সূত্ৰটো প্ৰমাণ কৰোতে আমি পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰা নাই, কিন্তু C কোণটো সমকোণ বুলি ধৰিলেই পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰটো পোৱা যায়। গতিকে আমি প্ৰমাণ কৰা সূত্ৰটো পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰতকৈ অধিক ব্যাপক। এটা সূক্ষ্মকোণী ত্ৰিভুজ লৈও অনুৰূপ সূত্ৰ এটা প্ৰমাণ কৰি চাব পাৰি।

আমি আশা কৰিছোঁ, ত্ৰিকোণমিতিৰ কিছু জ্ঞান থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ মনত পৰিছে যে পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰৰ অনুৰূপ কিন্তু ইয়াতকৈ অধিক ব্যাপক সূত্ৰ এটা ত্ৰিকোণমিতিতে আছে: a, b আৰু c য়ে কোনো ত্ৰিভুজৰ বাহুকেইটাৰ দীঘ বুজালে আৰু c দীঘ যুক্ত বাহুৰ সন্মুখৰ কোণটো C বুলি ধৰিলে,

$$c^২ = a^২ + b^২ - 2ab\cos C। \qquad (২)$$

এতিয়া $C = \frac{\pi}{২}$ হ'লে ত্ৰিভুজটো সমকোণী হ'ব আৰু তেতিয়া $c^২ = a^২ + b^২$ হ'ব আৰু পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰটো পোৱা যাব।

উল্লেখযোগ্য যে (২) নম্বৰ সূত্ৰটো আমাৰ (১) নম্বৰ সূত্ৰৰ অনুসিদ্ধান্ত হিচাপে প্ৰমাণ কৰি দেখুৱাব পাৰি:

(১) নম্বৰ সূত্ৰটো এনেদৰে লিখিব পাৰি (চিত্ৰ 3 লৈ চোৱা):

$$AB^২ = BC(BC+CC_১)+BB_১(BB_১+B_১B_২)। \quad (৩)$$

লক্ষ্য কৰা যে

$$CC_১ = AC\cos(\pi - C) = -AC\cos C,$$
$$B_১B_২ = AB_১\cos(\pi - C) = -AB_১\cos C,$$
$$\text{আৰু } BB_১ = AC, \quad AB_১ = BC।$$

গতিকে (৩) ৰ পৰা আমি পাওঁ,

$$AB^২ = BC^২ - BC \cdot AC\cos C + AC^২ - BC \cdot AC\cos C।$$

অৰ্থাৎ $AB^২ = BC^২ + AC^২ - 2BC \cdot AC\cos C$।

এতিয়া $AB = c, BC = a, AC = b$ ধৰিলেই (২) নম্বৰ সূত্ৰটো পোৱা যায়।

স্কুলীয়া জ্যামিতিত পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰৰ নিচিনা আৰু বহুতো সূত্ৰ আছে, যিবোৰৰ সম্পৰ্কত প্ৰাৰম্ভিক গৱেষণাৰ কাম আৰম্ভ কৰিব পাৰি। মেধাৱী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক এনে গৱেষণাৰ কামত প্ৰবৃত্ত হ'বলৈ আমি আহ্বান জনাইছোঁ। পাইথাগোৰাছৰ সূত্ৰৰ বেলিকাও সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাহুকেইটাৰ ওপৰত বিভিন্ন সদৃশ ক্ষেত্ৰ (যেনে, সদৃশ ত্ৰিভুজ, সদৃশ বহুভুজ আদিয়ে আগুৰি থকা ক্ষেত্ৰ) অংকন কৰি ওপৰত দেখুওৱাৰ দৰে পৰীক্ষা-নিৰীক্ষা চলাব পাৰি।